



Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla
ISCED – HUÍLA

TEMA: PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDADE DIRECTA/INVERSA QUE ENVOLVEM A REGRA DE TRÊS COMPOSTAS NA 9ª CLASSE.

Autor: Adelino Tchimbungo Tchivanja

LUBANGO

2021



Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla

ISCED – HUÍLA

TEMA: PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDADE DIRECTA/INVERSA QUE ENVOLVEM A REGRA DE TRÊS COMPOSTAS NA 9ª CLASSE.

Trabalho apresentado para a obtenção do Grau de Licenciado no Ensino de Matemática

Autor: Adelino Tchimbungo Tchivanja

Tutor: Boaventura Beleza dos Santos Nolasco, Ph.D

LUBANGO

2021



INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIA DE EDUCAÇÃO DA HUÍLA

ISCED – Huíla

DECLARAÇÃO DE AUTORIA DO TRABALHO DE LICENCIATURA

Tenho consciência que a cópia ou o plágio, além de poderem gerar responsabilidade civil, criminal e disciplinar, bem como reprovação ou retirada do grau, constituem uma grave violação da ética académica.

Nesta base, eu ADELINO TCHIMBUNGO TCHIVANJA, estudante finalista do Instituto Superior de Ciência de Educação da Huíla (ISCED-Huíla) do curso de Matemática, do Departamento de Ciências Exactas, declaro, por minha honra, ter elaborado este trabalho, só e somente com o auxílio da bibliografia que tive acesso e dos conhecimentos adquiridos durante a minha carreira estudantil e profissional.

Lubango, 06 de Junho de 2022

O Autor

Agradecimentos

Inicialmente, vão para Deus Onnipotente e Sumamente Misericordioso, pela vida que me concedeu por Sua divina graça e pelas bênçãos, saúde, ânimo e perseverança que, pelo Seu amor para comigo, permitiu que chegasse até a esta etapa da realização do meu sonho, elaborar o trabalho para a licenciatura.

À minha família, pela ajuda, paciência e coragem oferecida durante a formação, o que me imbuí de esperança e certeza de concretizar o meu maior sonho.

Ao Professor Doutor, Boaventura Beleza dos Santos Nolasco que, com muita paciência, dedicação e amizade, me orientou até ao término da elaboração deste trabalho.

À todos os professores do Sector de Matemática que, com muito amor profissional, me transmitiram o seu saber, sem reservas.

À Direcção do Colégio nº 1149 “22 de Novembro” que permitiu aos seus professores e aos alunos da 9ª Classe colaborarem comigo na aquisição de dados de investigação.

Finalmente, aos caríssimos amigos e colegas que, directa ou indirectamente, partilharam comigo obras e informações de consulta, para a realização deste trabalho.

Dedicatória

Dedico esta obra aos meus pais, Avelino Manuel Tchivandja e Isabel Malessu (em memória). E aos meus irmãos, nomeadamente, Albino Francisco Tchivandja, Luciana Ngueve Tchivandja, Boaventura Muteca Tchivandja, Victória Kalumbo Tchivandja, Francisca Ngueve Tchivandja e António Pascoal Tchivandja. A estes eu devo tudo aquilo que hoje sou.

Adelino Tchimbungo Tchivanja

Resumo

O presente trabalho de investigação tem como tema: Proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas na 9ª classe. O trabalho tem como finalidade melhorar o processo de ensino – aprendizagem da Matemática. Tendo em conta as inúmeras debilidades encontradas nos alunos ao resolver problemas que envolvem a proporcionalidade directa/inversa, identificou-se o seguinte problema de investigação: Como melhorar o tratamento de problemas que envolvem proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas? Para dar solução a esse problema de investigação, traçou-se como objectivo: Elaborar uma proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas na 9ª Classe. O tipo de investigação desta pesquisa é descritiva e os resultados obtidos do inquérito aplicado aos alunos e aos professores, mostraram a necessidade de se elaborar uma Proposta Metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas. Assim, o trabalho é estruturado da seguinte forma: Capítulo I – Fundamentação teórica e capítulo II – Análise e Tratamento de dados e, apresentação da proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas.

Palavras-chave: Proposta metodológica; problemas de proporcionalidade directa/inversa; regra de três compostas; melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática; investigação descritiva.

Abstract

The present research work has as its theme: Methodological proposal for solving direct/inverse proportionality problems involving the rule of three compounds in grade 9. The work aims to improve the teaching-learning process of Mathematics. Taking into account the numerous weaknesses found in students when solving problems involving direct/inverse proportionality, the following research problem was identified: How to improve the treatment of problems involving direct/inverse proportionality with more than two quantities? In order to solve this research problem, the following objective was outlined: To develop a methodological proposal for solving direct/inverse proportionality problems involving the rule of three compounds in Grade 9. The type of investigation of this research is descriptive and the results obtained from the survey applied to students and teachers, showed the need to develop a Methodological Proposal for solving problems of direct/inverse proportionality with more than two magnitudes. Thus, the work is structured as follows: Chapter I – Theoretical foundations and Chapter II – Data analysis and processing and, presentation of the methodological proposal for solving direct/inverse proportionality problems involving the rule of three compounds.

Keywords: Methodological proposal; direct/inverse proportionality problems; rule of three compounds; improve the teaching-learning process of Mathematics; descriptive investigation.

índice

Agradecimentos.....	i
Dedicatória.....	ii
Resumo	iii
Abstract.....	iv
Índice de tabelas.....	viii
INTRODUÇÃO	1
0.0 – Introdução.....	2
0.1 – Identificação do Problema de Investigação	3
0.2 – Justificação do trabalho e da escolha do tema	3
0.3 – Antecedentes do Tema.....	4
0.4 – Delimitação da Investigação	5
0.5 – Objecto de Investigação	5
0.6 – Campo de Acção	5
0.7 – Objectivo de Investigação.....	5
0.8 – Tipo de Investigação.....	5
0.9 – Tarefas de Investigação.....	5
0.10 – População.....	6
0.10.1 – Amostra	6
0.11 – Procedimentos de Recolha de Dados.....	6
0.12 – Métodos de Investigação	7
0.12.1 – Métodos Empíricos:	7
0.12.2 – Métodos Teóricos:	7
0.13 – Resultados e Impactos Esperados	7
0.14 – Estrutura do trabalho	7
CAPITULO I – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	9
1.0.....	–
Introdução.....	10
1.1 – Aspectos históricos da regra de três.....	10
1.1.1 – Os egípcios e a regra de três.....	10
1.1.2 – Os chineses e a regra de três.....	11
1.1.3 – Os hindus e a regra de três	11
1.1.4 – Os árabes e a regra de três.....	12

1.2 – Fundamento epistemológico do Processo de Ensino-Aprendizagem.....	13
1.3 – Situação actual do tratamento da proporcionalidade directa/inversa.....	15
1.3.2 – Exploração de Manuais	16
1.3.2.1 – Fundamentos matemáticos.....	17
1.3.3 – Exploração do Processo de Ensino-Aprendizagem.....	25
1.4 – Importância da resolução de problemas em Matemática.....	27
1.4.1 – O contexto proporcionalidade	28
1.4.2 – A heurística de resolução de problemas.....	29
1.4.2.1 – Etapas de resolução de problema de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas.....	29
1.5 – Conclusões do capítulo.....	31
CAPÍTULO II – ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS. PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDADE DIRECTA/INVERSA QUE ENVOLVEM A REGRA DE TRÊS COMPOSTAS NA 9ª CLASSE	32
2.0 – Introdução.....	33
2.1 – Análise e tratamento de dados	33
2.1.1 – Caracterização do instrumento de colecta de dados	33
2.1.2 – Caracterização dos alunos inqueridos	34
2.1.3 – Análise e descrição do inquérito distribuído aos Alunos.....	35
2.1.4 – Caracterização dos professores inqueridos.....	37
2.1.5 – Análise e descrição do inquérito distribuído aos professores	39
2.1.6 – Constatações dos inquéritos distribuídos aos Alunos e Professores.....	41
2.1.6.1 – Pontos positivos.....	41
2.1.6.2 – Pontos negativos	41
2.2.0 – Apresentação da proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas	42
2.2.1 – Objectivo da proposta metodológica.....	42
2.2.2 – Requisitos da proposta metodológica	42
2.2.3 – Características da proposta metodológica.....	43
2.2.4 – Fases da proposta metodológica de resolução de problemas com proporcionalidade da regra de três compostas.....	43

2.2.4.1 – Fase da introdução	43
2.2.4.2 – Fase da execução.....	44
2.2.4.2.1 – Exemplos de aplicação da proposta metodológica da resolução de problemas com proporcionalidade da regra de três compostas	45
2.2.4.3 – Fase da fixação e controlo.....	50
2.3 – Conclusões do Capítulo.....	52
CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES	53
Conclusões gerais	54
Sugestões.....	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
Referências bibliográficas.....	57
APÊNDICES.....	60

Índice de tabelas

Tabela nº 1: Relação das grandezas em proporcionalidade directa	22
Tabela nº 2: Relação das grandezas em proporcionalidade inversa.....	22
Tabela nº 3: Apresentação das grandezas e dos valores do exemplo 1	23
Tabela nº 4: Apresentação da seta referente ao exemplo 1.....	24
Tabela nº 5: Apresentação final da análise proporcional do exemplo 1	24
Tabela nº 6: Apresentação das grandezas e dos valores do exemplo 2	24
Tabela nº 7: Apresentação da seta referente ao exemplo 2.....	25
Tabela nº 8: Apresentação final da análise proporcional do exemplo 2	25
Tabela nº 9: Dados sobre os alunos inquiridos de acordo a idade e o género.....	34
Tabela nº 10: Dados obtidos através do inquérito distribuído aos alunos	36
Tabela nº 11: Dados da 4ª pergunta do inquérito distribuído aos alunos	37
Tabela nº 12: Dados sobre o grau académico, curso (Especialidade) e o género dos professores inquiridos	38
Tabela nº 13: Dados sobre o tempo em serviço dos professores inquiridos	39
Tabela nº 14: Dados relativos ao inquérito distribuído aos professores	40
Tabela nº 15: Apresentação das grandezas e dos valores do 1º exemplo.....	45
Tabela nº 16: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 1º exemplo.....	46
Tabela nº 17: Apresentação final da análise proporcional feita ao 1º exemplo. ...	46
Tabela nº 18: Apresentação das grandezas e dos valores do 2º exemplo.....	47
Tabela nº 19: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 2º exemplo.....	47
Tabela nº 20: Apresentação final da análise proporcional feita ao 2º exemplo. ...	47
Tabela nº 21: Apresentação das grandezas e dos valores do 3º exemplo.....	48
Tabela nº 22: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 3º exemplo.....	48
Tabela nº 23: Apresentação final da análise proporcional feita ao 3º exemplo. ...	49
Tabela nº 24: Apresentação das grandezas e dos valores do 4º exemplo.....	49
Tabela nº 25: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 4º exemplo.....	49
Tabela nº 26: Apresentação final da análise proporcional feita ao 4º exemplo. ...	50

Lista de abreviaturas

a.C.	-----	antes de Cristo
d.C.	-----	depois de Cristo
Fi	-----	Frequência absoluta
%	-----	Porcentagem
mdc	-----	Máximo divisor comum
mmc	-----	Mínimo múltiplo comum
km/h	-----	Quilómetros por horas
INIDE	-----	Instituto Nacional de Investigação e Desenvolvimento da Educação

INTRODUÇÃO

0.0 – Introdução

O presente trabalho fundamenta-se no interesse da aquisição do grau de licenciatura em Ciências de Educação, motivado pela existência de uma situação problemática no processo de ensino-aprendizagem.

Desde os tempos remoto a sociedade teve a necessidade de adquirir uma educação e instrução de qualidades e com o passar do tempo, esta sociedade foi evoluindo e as necessidades educativas e instrutivas também certamente acompanharam essa evolução. A educação e a instrução envolvem uma colecção de conhecimentos científicos tratados de forma metódica nas instituições escolares. Estes conhecimentos estão distribuídos por ciências e que estas ciências estão relacionadas entre si umas com as outras. Visto que a educação e a instrução é parte do processo de ensino e aprendizagem e o processo de ensino e aprendizagem enquadra-se nas diferentes ciências e não só, vai-se destacar um caso particular no que diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo, Pitágoras citado por, (Almeida & Simões, 2014).

Segundo Reis citado por Vicente (2019), afirma que durante muito tempo procurou-se um conceito adequado a Matemática. Ela é a ciência do raciocínio lógico e abstracto, portanto, foi no século XX que ela tomou uma definição com maior realce e ampla aceitação entre os matemáticos.

A Matemática é a ciência do raciocínio lógico e abstracto que estuda quantidades, medidas, espaços, estruturas, variações e estatísticas. Um trabalho de Matemática consiste em procurar por padrões, fórmulas, conjecturas e por meio de deduções rigorosas a partir de axiomas e definições, estabelecer novos resultados, Keith citado por (Medeiros, 2016).

Partido do pressuposto de Dante citado por Ivo (2019), destaca a utilização de resolução de problemas como objecto principal para alcançar os objectivos traçados nas aulas de Matemática. A resolução de problemas é essencial para que o aluno consiga desenvolver competências quanto ao estudo da Matemática, e que possibilite ampliar sua capacidade de investigação, interpretação, indagação e o exercício de criatividade. Sendo assim, essas competências só poderão ser desenvolvidas quando

o aluno se deparar com situações curiosas e desafiadoras do quotidiano, situações que despertem no aluno o interesse pelo estudo da Matemática.

É neste contexto que vai-se tratar um caso singular de acordo com as debilidades de ensino da Matemática no país de Angola, na província da Huíla, no município de Caconda, que apresentam algumas debilidades na transmissão e assimilação de conteúdos matemáticos pelos professores e alunos sobre a Proporcionalidade Directa/Inversa, de acordo com buscas feitas em manuais de apoio e outros, que tratam do referido tema, que se propôs conveniente e interessante fazer uma reflexão sobre o tema em questão, portanto, acha-se necessário a apresentação deste trabalho, intitulado, Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa que Envolvem a Regra de Três Compostas na 9ª Classe.

0.1 – Identificação do Problema de Investigação

De acordo a realidade identificada sobre as debilidades nesse tema, permitiu formular o seguinte problema científico:

Como melhorar o tratamento de problemas que envolvem proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas?

0.2 – Justificação do trabalho e da escolha do tema

Dada a complexidade inerente aos desafios que a sociedade actual enfrenta, torna-se necessário reflectir como ensinar verdadeiramente a ciência Matemática, de modo que esta se torne um instrumento útil e eficiente, servindo como um recurso adicional de qualidade para a solução das barreiras que estão e estarão presentes em vários sectores da vida prática.

A importância dos problemas em Matemática, no processo de ensino e aprendizagem ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo. Pode desempenhar um papel instrumental, pois, é uma ferramenta que serve para a vida quotidiana e para muitas tarefas específicas. Em seu papel formativo, os problemas matemáticos contribuem para o desenvolvimento dos processos de pensamentos e aquisição de atitudes cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática. Ao formar no aluno, a capacidade de resolver problemas do quotidiano proporciona-se confiança para interpretar e enfrentar situações novas, incentivando a formação de uma visão ampla

e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da curiosidade e da criatividade e, de outras capacidades pessoais, (Afonso, 2017).

A escolha do tema deveu-se ao facto de ter notado que, a maioria dos alunos manifestam enormes dificuldades na resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas. Situação reforçada através dos dados obtidos a partir do inquérito aplicado aos alunos da 9ª Classe. Frente a esse panorama e percebendo a importância da resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas, incentivou a realização deste trabalho de investigação com o tema acima citado.

0.3 – Antecedentes do Tema

Toda pesquisa parte de algumas referências já conhecidas pela comunidade científica. Da pesquisa preliminar feita a nível do ISCED-Huíla, o presente tema dispõe de alguns antecedentes disponíveis na biblioteca do ISCED-Lubango e em outras, propostas estas que servem de base quer para concordância de ideias ou para contraditar, dentre os quais destaca-se:

Medeiros (2016), fez o seu trabalho com a finalidade de melhorar a abordagem do tema B por parte dos alunos da 9ª Classe da Escola do I Ciclo do Ensino Secundário 27 de Março do Lubango.

Dungula (2017), fez o seu trabalho com a intenção de enriquecer conteúdos sobre proporcionalidade directa e inversa e, apresentar alternativas para a resolução de problemas que envolvem proporcionalidade. Ele apresenta a resolução de um problema com três grandezas mas não menciona os passos para se chegar ao resultado final.

Ainda Vicente (2019), fez o seu trabalho com a finalidade do aluno aprender de forma livre e desenvolver o espírito da descoberta do meio em que habita e do mundo em geral.

Com auxílio das obras feitas por estes e outros autores, contribuirá para o melhor enriquecimento do trabalho, que visa apresentar a proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de Três Compostas na 9ª Classe.

0.4 – Delimitação da Investigação

O presente trabalho limitar-se-á a fazer estudos na 9ª Classe do Colégio nº 1149 “22 de Novembro” em Caconda.

0.5 – Objecto de Investigação

Realizou-se um trabalho que tenha como objecto de estudo:

O processo de ensino-aprendizagem.

0.6 – Campo de Acção

A presente investigação científica tem como campo de acção a resolução de problemas sobre proporcionalidade directa/inversa.

0.7 – Objectivo de Investigação

Elaborar uma proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas na, 9ª Classe do Colégio nº 1149 “22 de Novembro” em Caconda.

0.8 – Tipo de Investigação

Levou-se a cabo uma investigação do tipo **Descritiva**, porque pretende-se observar, registar, analisar, descrever e relacionar os factos sem manipulá-los, procurando descobrir com precisão e exactidão a frequência com que o fenómeno ocorre e sua relação com outros factores. Seleccionar uma série de questões sobre o tema proposto e colher informações possíveis sobre cada uma dessas questões, que é para se descrever assim o que se vai investigar atendendo aos vários aspectos em concreto.

0.9 – Tarefas de Investigação

Como a investigação é uma actividade indispensável na descoberta de soluções de problemas científicos. Assim, apresenta-se as seguintes tarefas:

1 – Analisar programas, manuais e o estado actual do Processo de Ensino-Aprendizagem da Proporcionalidade Directa/Inversa na 9ª Classe;

2 – Diagnosticar e fundamentar teoricamente o processo de ensino-aprendizagem na situação real e actual do problema de investigação;

3 – Elaborar uma proposta metodológica baseada na resolução de problemas sobre proporcionalidade directa/inversa.

0.10 – População

De acordo com Neves (2016), a população em estatística é um conjunto de seres com qualquer característica em comum e com interesse para o estudo. Sendo assim, a população é constituída por 120 alunos matriculados na 9ª Classe do Colégio nº 1149 “22 de Novembro” em Caconda e 4 professores que leccionam a disciplina de Matemática.

Estatística é a ciência dos números aplicada a quanto se relaciona com a sociedade (Dicionário Escolar, 2011).

0.10.1 – Amostra

A amostra é um subconjunto finito da população que se supõe representativo desta, como afirma (Neves, 2016).

A amostra é constituída por 80 alunos da 9ª Classe do Colégio afim e 4 professores da escola em referência, escolhidos através de uma amostragem probabilística aleatória simples.

A amostragem probabilística é quando todos os elementos da população tiverem uma probabilidade de serem escolhidos. A realização deste tipo de amostragem só é possível se a população for finita e totalmente acessível, Tavares citado por (Culandisa & Dungula, 2020).

0.11 – Procedimentos de Recolha de Dados

A recolha de dados foi feita através de inquéritos, a partir duma amostra da população, que foi obtida através de uma amostragem probabilística aleatória simples, dos alunos que se fizeram presentes bem como dos professores daquela Instituição de Ensino e, finalmente interpretou-se, analisou-se e seleccionou-se os resultados dos inquéritos aplicados aos alunos e aos professores, através de tabelas.

0.12 – Métodos de Investigação

0.12.1 – Métodos Empíricos:

Análise documental: para o incremento de conhecimento sobre a matéria, bem como encontrar a base teórica para o fundamento do estudo.

Inquéritos: para saber as opiniões dos alunos e professores acerca do processo de ensino-aprendizagem na resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas.

0.12.2 – Métodos Teóricos:

Histórico-lógico: para compreender a evolução histórica do conceito da regra de três compostas.

Análise e síntese: para analisar e seleccionar cuidadosamente os conteúdos que constituirão o trabalho.

Indução e dedução: para apresentar as ideias do particular para o geral e do geral para o particular, mediante análise dos elementos constitutivo do fenómeno a estudar.

Sistémico-Estrutural: para permitir a sistematização na elaboração da proposta metodológica com o objectivo de melhorar e facilitar a aprendizagem na resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa.

0.13 – Resultados e Impactos Esperados

A apresentação e aplicação da proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas, permitirá obter uma aprendizagem significativa e contribuirá positivamente no perfil de saída por parte dos alunos da 9ª Classe. Ela servirá como guia de consulta e instrumento de trabalho para professores e futuras gerações.

0.14 – Estrutura do trabalho

O presente trabalho de investigação está estruturado por dois capítulos e a parte final trata de conclusões gerais, sugestões, referências bibliográficas e apêndices, antecidos os capítulos de uma introdução geral e cada capítulo está antecedido de uma introdução e, com uma conclusão no final; dos quais:

Capítulo I – Fundamentação Teórica

Neste capítulo é apresentado as diversas ideias que sustentam a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas.

Capítulo II – Análise e Tratamento de Dados. Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa que Envolvem a Regra de Três Compostas na 9ª Classe.

Neste capítulo aborda-se a análise e o tratamento de dados com enfoque na descrição da população e da amostra em estudo. E, todo um conjunto de elementos ligados ao tema em estudo, a elaboração e aplicação da proposta.

CAPITULO I – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

CAPITULO I – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.0 – Introdução

Neste capítulo, fundamentação teórica, busca-se fazer uma abordagem sobre a regra de três (simples e compostas), onde faz-se menção dos seguintes pontos: Aspectos históricos da regra de três, fundamento epistemológico do processo de ensino-aprendizagem, situação actual do tratamento da proporcionalidade directa/inversa, importância da resolução de problemas em Matemática e termina-se com a conclusão.

1.1 – Aspectos históricos da regra de três

A intenção é apresentar a regra de três ao longo da história, apoiando-se a alguns factos históricos que mencionaram o uso da regra por civilizações da antiguidade em actividades práticas e não práticas com a Matemática e no ensino, mas sem a pretensão de trazer tais factos históricos centrados numa abordagem cronológica linear e, nem mostrar o contexto político, social, e cultural dessas civilizações, porque esses não são a finalidade deste texto. Pretende-se mostrar a relevância da regra como ferramenta funcional para as civilizações ao longo do tempo e da mesma forma para a Matemática.

Nesta linha de pensamento, apresenta-se adiante civilizações que manusearam a regra em actividades ligadas ao comércio de objectos. Essas civilizações, conforme Silva (2020), foram os egípcios, chineses, hindus e árabes.

1.1.1 – Os egípcios e a regra de três

O Papiro de Rhind, documento egípcio, copiado por volta de 1650 a.C. pelo escriba Ahmes de um protótipo datado entre 2000 a 1800 a.C., e descoberto no século XIX pelo egiptólogo escocês A. Henry Rhind, abordava 85 problemas sobre Aritmética e Geometria. Dentre esses problemas, aparece o problema 72 que relacionava a quantidade de pães com a força ou pesu de grão. A solução apresentada para esse problema se assemelha à técnica da técnica da regra de três, como mostra o trecho a seguir: “ qual o número de pães de força 45 que são equivalentes a 100 de força 10, e a solução é apresentada como $\frac{100}{10} \times 45$ ou 450 pães”, Boyer citado por (Silva M. B., 2020).

Quanto ao problema mencionado no parágrafo anterior, nota-se que a forma de resolução apoia-se na ideia de proporção, visto que a disposição dos termos em que o segundo é multiplicado com o terceiro e, o resultado dividido pelo primeiro, subentende-se que essa configuração resulta da comparação de razões, o que actualmente em Matemática seria o produto cruzado dos valores, apoiado na propriedade fundamental da proporção.

O Papiro de Rhind apresentava muitos problemas que relacionavam grandezas como, por exemplo, cerveja e pães e, eram resolvidos através da aplicação da proporção. No entanto, também existiam problemas, no Papiro de Rhind, que eram de cunho algébrico, como por exemplo, determinar a solução de equações lineares, Garbi e Boyer citados por (Silva M. B., 2020).

1.1.2 – Os chineses e a regra de três

Os registros históricos revelam que os chineses desenvolveram obras que tratavam de Matemática. Uma dessas obras era chamada de Chui Chang Suan-Shu ou Nove Capítulos sobre a Arte Matemática, datada de 250 a.C., e escrita, provavelmente, por Chang Tsang. Essa obra continha 246 problemas sobre mensuração de terra, agricultura, sociedades, engenharia, impostos, etc., além dos temas matemáticos sobre porcentagem e proporção, regra de sociedade, regra de três, entre outros. Dentre as soluções apresentadas no livro, havia problemas resolvidos por meio da regra de três, Contador e Boyer citados por (Silva M. B., 2020).

1.1.3 – Os hindus e a regra de três

A respeito do manuscrito Aryabhatiya, de autoria do matemático Aryabhata que viveu na Índia durante o sexto século (d.C.), este continha regras de cálculos para a Agronomia e Matemática de mensuração. A obra também abordava problemas que eram resolvidos por meio da regra de três, com o uso da proporção simples para determinar o quarto termo desconhecido, como ilustra o trecho: “Na regra de três multiplica-se o fruto pelo desejo e divide-se pela medida. O resultado será o fruto do desejo”. Em notação matemática, o trecho supracitado é entendido como $a/b = c/x$, onde $x = bc/a$, sendo "a" chamado de “medida”, "b" de “fruto”, "c" de “desejo” e "x" de “fruto de desejo”, Boyer citado por (Silva M. B., 2020).

Ainda Smith mencionado por Silva (2020), afirma que a proporcionalidade compostas também esteve presente nos contextos hindu, à regra que hoje é conhecida como regra de três compostas era chamada de proporção compostas, em que envolvia cinco ou mais termos em sua composição, devido a isso a regra recebia alguns nomes específicos dependendo da quantidade de termos, como mostra o trecho: o que foi chamado, por um século ou dois, pelo nome da proporção compostas, foi originalmente por nomes como a Regra dos Cinco, quando cinco quantidades estavam envolvidas, a Regra de Sete se sete quantidades foram usadas, e assim por diante. Bhâskara, por exemplo, dá regras de cinco, sete, nove e onze.

No que diz respeito ao funcionamento da Regra de Três Compostas, Brahmagupta descreve da seguinte forma: no caso de termos estranhos que começam com três até onze termos, o resultado é obtido através da transposição dos frutos de ambos os lados, de um lado para o outro e, em seguida, dividindo o produto do conjunto maior de termos pelo produto do conjunto menor. Em todas as fracções, a transposição dos denominadores ocorre em ambos os lados, como afirma Datta e Singh citado por (Silva M. B., 2020).

Outros modos de resolver a proporção compostas, de acordo Datta e Singh citados por Silva (2020), foram apresentados por matemáticos indianos, como é o caso de Srîdhara, Bhâskara II, Mahâvira e Aryabhata II.

Para Smith citado por Silva (2020), a regra de três (simples e compostas) teve sua origem na Índia, inclusive sua nomenclatura era dita como regra mercantil de três, e foi chamada dessa forma por Brahmagupta e esta denominação também esteve presente em escritos árabes e latinos medievais.

1.1.4 – Os árabes e a regra de três

Os árabes deram os seus contributos no que diz respeito ao progresso da Matemática. Adquiriram o conhecimento da regra de três dos hindus, no entanto não utilizaram os mesmos nomes específicos para as quantidades envolvidas, ao invés disso, eles aplicaram a técnica da regra, a princípio, sem associar os termos com a proporcionalidade, apesar de que, como mostrado anteriormente, os hindus ao manipularem a regra de três, mencionavam a palavra proporção, de acordo com

as afirmações de Datta e Singh citado por Silva (2020), em suas descrições sobre a regra e nas actividades com a matemática.

Para Guerra e Silva citados por Silva (2020), a regra se apresentou de dois modos distintos, sendo o primeiro de maneira utilitária e prática utilizada pelos povos indianos, em que a regra era manuseada apenas com as operações de multiplicação e divisão como aparecem nos escritos antigos de Aryabhata, Mahāvira e Brahmagupta, com poucas diferenças a respeito dos nomes dos termos utilizados. Essa forma utilitária da regra também fez-se presente nos ábacos italianos e nos escritos árabes de Ibn Thabāt, al-Karaji e Ibn al-Banna, que manusearam a regra de forma prática e sem preocupações teóricas em transacções comerciais. Portanto, o segundo momento da regra de três esteve associado à teoria da proporcionalidade, como apresentava-se nos escritos árabes e ibero-provençal.

Essa regra, não fez-se presente apenas em contextos acima mencionados, ela também actuou no contexto do ensino. Conforme Guerra e Silva citados por Silva (2020), no período da revolução comercial, durante os séculos XIII a XV, os ofícios dos mercadores e artesões necessitavam de conhecimentos matemáticos de aritmética, não na sua forma teórica ou filosófica, mas sim nos aspectos utilitário, prático e profissional. Devido a isso, os senhores de negócio fundaram escolas com a intenção de ministrar a instrução sobre conhecimentos ligados aos negócios. Tais conhecimentos estavam divididos em duas categorias, restrito e geral. Este último era destinado aos mercadores que recebiam as instruções por meio de textos escolares desenvolvidos por mestres italianos, com orientações práticas por meio de problemas que retratavam a realidade deles.

1.2 – Fundamento epistemológico do Processo de Ensino-Aprendizagem

A aprendizagem deve estar baseada em uma ou mais teorias que têm a função de esclarecer através de diversas vertentes, como os alunos aprendem, alicerçada em concepções comportamentalistas, cognitivistas, humanistas e como realiza-se o seu desenvolvimento mental. Aludir que cada uma dessas abordagens apresenta uma vertente do Processo de Ensino-Aprendizagem. Assim, este trabalho baseia-se na teoria da aprendizagem significativa desenvolvida por David Paul Ausubel,

de forma a melhorar o processo de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas na 9ª Classe.

Segundo Moreira (2012), a aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende.

A este conhecimento, especificamente relevante à nova aprendizagem, o qual pode ser, por exemplo, um símbolo já significativo, um conceito, uma proposição, um modelo mental, uma imagem, David Paul Ausubel (1918-2008) chamava de subsunçor ou ideia-âncora.

De acordo Moreira (2012), subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Tanto por recepção como por descoberta, a atribuição de significados a novos conhecimentos depende da existência de conhecimentos prévios especificamente relevantes e da interação com eles.

Na aprendizagem por recepção, o conteúdo é apresentado sub a forma de uma proposição substantiva ou que não apresenta problemas, que o aprendiz apenas necessita de compreender e lembrar e, por outro lado, na aprendizagem pela descoberta, o aprendiz deve em primeiro lugar descobrir este conteúdo, criando proposições que representam soluções para os problemas suscitados, ou passos sucessivos para a resolução dos mesmos, (Ausubel, 2000).

Em função do parágrafo anterior, os autores deste trabalho entendem que na aprendizagem por recepção o conteúdo é apresentado ao aluno em sua forma acabada ou final e, por outro lado, na aprendizagem por descoberta é tarefa do aluno descobrir o conteúdo; após a descoberta em sim, a aprendizagem só é significativa se o conteúdo descoberto relacionar-se com aquilo que o aluno já sabe. Sendo assim, é considerável reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária, ou seja, é quando um conhecimento novo se relaciona com conceitos já assimilados. Por exemplo:

quando se está a ensinar a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas, o aluno vai relacionar esse conteúdo com a ideia de fracção, fracção equivalente, razão, proporção, grandezas directamente proporcionais e inversamente proporcionais e, a resolução do próprio cálculo, ou seja, estratégias que são fundamentais que o aluno tenha aprendido antes, irão contribuir no entendimento do novo conteúdo.

No apêndice nº 1 na pergunta nº 4 alínea b) detalha-se um problema. Para resolver este problema, o aluno precisa desenvolver a capacidade de imaginação e organização dos dados em tabela de acordo as grandezas e, ter o domínio de fracção, razão, equivalência de razão, proporção, efectuar a análise proporcional entre duas grandezas, etc.

Na resolução deste problema (problema nº 3), conforme está presente nas páginas 48-49, pode-se ver que há ocorrência da aprendizagem significativa, pois por um lado os conteúdos anteriores (razão, proporção, análise proporcional entre duas grandezas e outros) estão a ser aplicados na resolução do problema em causa. Na visão de Nolasco (2022), estes conteúdos anteriores fazem parte da dimensão intradisciplinar visto que, asseguram o princípio da sistematicidade lógica e sequencial. E por outro, a resolução deste problema garante significatividade destes conteúdos anteriores.

A relação que se estabelece entre o conhecimento que já se tem e um conhecimento novo é o que se denomina aprendizagem significativa, quando um conteúdo escolar a ser aprendido consegue ter ligação com aquilo que o aluno já conhece, (Silva C. A., 2020).

1.3 – Situação actual do tratamento da proporcionalidade directa/inversa.

Para que o trabalho em causa tenha um apoio fundamentalmente matemático por um lado, e por outro, em bases didácticas especialmente preferiu-se analisar o tratamento da proporcionalidade, que se encontra no tema B, nos manuais da 9ª classe. Assim, analisa-se em seguida as diferentes explorações do tratamento de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas.

1.3.1 – Exploração do programa

De acordo Traquino (2018), o programa é um instrumento de trabalho para o/a professor/a e constitui a base fundamental para a planificação do ensino por ter uma concepção didáctica porque é através dela que se pode saber que matérias elaborar e que conteúdos devem ser fixados. Em suma, nos programas estão contidos todos os componentes da matéria a tratar no ensino da Matemática de forma ordenada e sistemática.

Em Angola, a elaboração do programa é de responsabilidade do Instituto Nacional de Investigação e Desenvolvimento da Educação (INIDE) e, é de cumprimento obrigatório. Através do cumprimento obrigatório, se criam as condições prévias essenciais para que cada escola do país cumpra de forma parecida as tarefas da instrução e da educação referente ao ensino da Matemática.

1.3.1.1 – Aspectos positivos:

- 1 – No programa faz-se presente o tema que trata a respeito da proporcionalidade;
- 2 – Envolve sugestões metodológicas, os meios de ensino e os instrumentos de avaliação;
- 3 – Envolve os objectivos e geralmente o programa apresenta alguns elementos da estrutura de um programa.

1.3.1.2 – Aspectos negativos:

Não apresenta os objectivos específicos da 9ª Classe bem como a bibliografia.

1.3.2 – Exploração de Manuais

Os manuais são guias de consulta para o/a professor/a e outros/as interessados/as pela leitura, apesar de não serem a única fonte de consulta com o intuito de enriquecer certos conteúdos. Os manuais analisados de Matemática da 9ª Classe da reforma educativa, pode-se concluir que os autores, André e Nascimento (2014), no tema B – Proporcionalidade Inversa, não fazem menção do tratamento de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas. Visto que nenhum saber é finalizado, humildemente falando, os autores parecem ter falhado no que diz respeito, a sequência lógica dos subtemas, a falta de conteúdos que tem haver com o tratamento de resolução de problemas de

proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas e o procedimento ou etapas que se utiliza na resolução dos problemas afim.

1.3.2.1 – Fundamentos matemáticos

Para que se perceba a proposta a ser implementada, de uma forma clara, deve-se ter em conta os conhecimentos prévios que vão além de efectuar operações aritméticas de multiplicação e divisão, como, por exemplo, conhecimento sobre fracção, simplificação de uma fracção, equação do 1º grau, grandeza, razão, equivalência de razões, proporção, propriedade fundamental da proporção, os conceitos das relações proporcionais (directa e inversa) entre grandezas e a regra de três simples, concordando com as ideias de Lima et al e Marcondes citados por (Silva M. B., 2020).

Com este conjunto de conhecimentos supracitados, pressupõem-se ser possível de facto aprender e aplicar a regra de três compostas de forma livre, evitando desse modo um ensino baseado na aprendizagem mecânica; no entanto, pode ocorrer o incremento de outros saberes de acordo com o parecer do professor para que haja a aprendizagem significativa.

Antes de chegar aos conceitos das relações proporcionais (directa e inversa) entre grandezas é necessário saber alguns conceitos a seguir.

1.3.2.1.1 – Fracção

Conforme Mónica (2012), uma fracção é um par de números naturais que estão separados pelo traço da fracção. Consiste no numerador, denominador e no traço da fracção.

Exemplo: $\frac{a}{b}$; $b \neq 0$. Onde:

a e b são os termos da fracção;

a é o numerador, indica quanta destas partes se tomam;

b é o denominador, indica quantas partes iguais em que a unidade se divide;

E o traço de fracção (–), separa o numerador do denominador.

Fonte: (Mónica, 2012).

1.3.2.1.1.1 – Simplificação de uma fracção

Para simplificar uma fracção, dividem-se os termos da fracção por um único número natural maior que um ($n > 1$).

A fracção simplificada (irredutível) possui termos menores que os termos da fracção dada. Diz-se “fracção irredutível” porque os seus termos são primos entre si.

Exemplo: De $\frac{a}{b}$; $b \neq 0$ obtem-se $\frac{a \div n}{b \div n}$ que é a fracção simplificada ou irredutível e o n é o factor de simplificação e, nunca é um nem diferente de si próprio.

Factor de simplificação (n):

Exemplo 1: nunca é um (1), $\frac{a}{b} = \frac{a \div 1}{b \div 1} = \frac{a}{b}$ fracção não simplificada

Exemplo 2: nunca é diferente de si próprio ($n \neq n$), $\frac{a}{b} = \frac{a \div 2}{b \div 2}$ $2 \neq 7$ ou tem que ser $2 e 2$ ou $7 e 7$

Evitando a simplificação sucessiva.

Exemplo 1: $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 2}{12 \div 2} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$ como $n = 2$ e está repetido duas vezes, então $n =$

$2 \times 2 = 4$ e a fracção é expressa assim: $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$

Exemplo 2: $\frac{60}{84} = \frac{60 \div 2}{84 \div 2} = \frac{30 \div 2}{42 \div 2} = \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7}$ como $n = 2, 2 e 3$, então $n = 2 \times 2 \times 3 = 12$

e a fracção dada é expressa assim: $\frac{60}{84} = \frac{60 \div 12}{84 \div 12} = \frac{5}{7}$

Fonte: (Mónica, 2012).

1.3.2.1.2 – Equação do 1º grau a uma incógnita

A equação do 1º grau a uma incógnita é uma expressão que apresenta apenas uma grandeza desconhecida, (Luiz, 2022).

Exemplo: $a(x) + b = 0$

A equação do 1º grau com uma incógnita é uma ferramenta que resolve grandes problemas na Matemática e até mesmo no nosso dia-a-dia. Essas equações são provenientes de polinómios de grau 1, e sua solução é um valor que zera tal polinómio, ou seja, encontrado o valor da incógnita e substituindo-o na expressão, vai-se encontrar uma identidade matemática que consiste em uma igualdade verdadeira. Por exemplo: $x + 2 = 0$; se $x = -2$, substituindo-o na expressão obtem-se uma igualdade verdadeira, isto é: $-2 + 2 = 0 \rightarrow 0 = 0$.

➤ **O que é uma equação do 1º grau?**

De acordo Luiz (2022), uma equação do primeiro grau é uma expressão em que o grau da incógnita é 1, isto é, o expoente da incógnita é igual a 1. Pode-se representar uma equação do 1º grau, de maneira geral, da seguinte forma:

$$ax + b = 0$$

Onde: x é a incógnita, ou seja, o valor que se deve encontrar, a e b são chamados de coeficientes da equação e, $a \neq 0$.

➤ **Solução de uma equação do 1º grau**

Em uma equação tem-se uma igualdade, a qual separa a equação em dois membros. Do lado esquerdo da igualdade, tem-se o primeiro membro e do lado direito, o segundo membro.

$$ax + b = 0$$

$$(1^\circ \text{ membro}) = (2^\circ \text{ membro})$$

Para manter a igualdade sempre verdadeira, deve-se operar tanto no primeiro membro como no segundo, ou seja, se realizar uma operação no 1º membro, deve-se realizar a mesma operação no 2º membro. Essa ideia é chamada de princípio da equivalência.

Exemplo: $10 = 10 \rightarrow 10 + 2 = 10 + 2 \rightarrow 12 = 12$

$$5 = 5 \rightarrow 5 - 2 = 5 - 2 \rightarrow 3 = 3$$

O princípio da equivalência é utilizado para determinar o valor da incógnita da equação, ou seja, determinar a raiz ou solução da equação. Para encontrar o valor de x , deve-se utilizar o princípio da equivalência para isolar o valor da incógnita.

Exemplo: $2x - 8 = 3x - 10$

Resolução:

O 1º passo é fazer com que o número -8 desapareça do 1º membro. Para tal, soma-se o número 8 em ambos os lados da equação.

$$2x - 8 + 8 = 3x - 10 + 8 \rightarrow 2x = 3x - 2$$

O próximo passo é fazer com que $3x$ desapareça do 2º membro. Para tal, subtrai-se $3x$ em ambos os lados.

$$2x - 3x = 3x - 2 - 3x \rightarrow -x = -2$$

Como precisa-se de x , e não de $-x$, multiplica-se ambos os lados por (-1) .

$$(-x) \times (-1) = (-2) \times (-1) \rightarrow x = 2$$

Resposta: O conjunto solução da equação é, no entanto, $S = \{2\}$.

Existe um artifício decorrente do princípio da equivalência que facilita encontrar a solução de uma equação. De acordo com essa técnica, deve-se deixar tudo que depende da incógnita no 1º membro e tudo que não depende da incógnita no 2º membro. Para tal, basta passar o número para o outro lado da igualdade, trocando seu sinal pelo sinal oposto. Se um número é positivo, por exemplo, quando passado para o outro membro, se tornará negativo. Caso o número esteja multiplicando, basta passá-lo dividindo e vice-versa.

Exemplo 1: $2x + 4 = x + 7$

Resolução:

Nessa equação, passa-se o +4 para o 2º membro e o x para o 1º, trocando de sinais. Assim: $2x - x = 7 - 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow S = \{3\}$

Exemplo 2: $\frac{x}{5} = 3$

Resolução:

Nessa equação, passa-se o 5 para o 2º membro a multiplicar.

$$x = 3 \times 5 \rightarrow x = 15 \rightarrow S = \{15\}$$

Fonte: (Luiz, 2022).

1.3.2.1.3 – Grandeza

De acordo Asth (2011), uma grandeza é definida como algo que pode ser medido ou calculado, seja velocidade, área ou volume de um material, horas ou dias e, é útil para comparar com outras medidas muitas vezes de mesma unidade, representando uma razão.

1.3.2.1.4 – Razão

De acordo Mónica (2012), razão é o quociente de dois números (naturais, fracionários e decimais). Pode também ser definida como duas quantidades de grandezas comparadas através da formação de quocientes das suas medidas. As razões são indicadas mediante os menores números naturais possíveis.

Exemplo 1: Seja dois números quaisquer a e b . A razão desses números representa-se por $\frac{a}{b}$ ou $a \div b$, onde $b \neq 0$

A leitura dessa razão entre a e b é: "a" para "b" ou "a" está para "b". Os números a e b são os termos da razão onde, a é o antecedente e b é o conseqüente.

Exemplo 2: Suponhamos que em uma sala de aulas da 9ª Classe, tem-se no total 30 alunos onde, 18 são raparigas e 12 são rapazes. Determine as razões a detalhar:

a) A razão entre as raparigas e o total de alunos.

Solução:

A razão entre as raparigas e o total de alunos é dada por:

$$\frac{\text{número total de raparigas}}{\text{número total de alunos}} = \frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5} \text{ onde a sua leitura é: 3 para 5}$$

b) A razão entre os rapazes e o total de alunos.

Resolução:

A razão entre os rapazes e o total de alunos é dada por:

$$\frac{\text{número total de rapazes}}{\text{número total de alunos}} = \frac{12}{30} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5} \text{ onde a sua leitura é: 2 está para 5}$$

c) A razão entre os rapazes e as raparigas.

Resolução:

A razão entre os rapazes e as raparigas é dada por:

$$\frac{\text{número total de rapazes}}{\text{número total de raparigas}} = \frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3} \text{ onde a sua leitura é: 2 está para 3}$$

1.3.2.1.4.1 – Equivalência de razões

Obtem-se uma razão equivalente a uma razão dada, multiplicando ou dividindo ambos os termos da razão dada por um número diferente de zero.

Exemplo: $\frac{3}{5}$ é equivalente a $\frac{6}{10}$ porque $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$

Fonte: (Raposo & Ribeiro, 2002)

1.3.2.1.5 – Proporção

Chama-se proporção a equivalência entre duas razões.

Assim, tem-se genericamente: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a \div b = c \div d$, que se lê: "a" está para "b", assim como "c" está para "d", onde "a" e "d" são chamados de extremos e, "b" e "c" são meios. Exemplo: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ou $1 \div 2 = 3 \div 6$

Portanto, diz-se que um está para dois assim como três está para seis.

Fonte: (Bosquilha & Amaral, 2003).

1.3.2.1.5.1 – Propriedade fundamental das proporções

De acordo Bosquilha e Amaral (2003), em toda proporção, o produto entre os extremos é igual ao produto entre os meios.

Genericamente: se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $a \times d = b \times c$

Para o exemplo acima: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ tem-se $1 \times 6 = 2 \times 3$.

1.3.2.1.6 – Proporcionalidade directa

Se duas variáveis estiverem relacionadas por uma proporcionalidade directa teremos: $y = k \times x$; k é a constante de proporcionalidade, $k \neq 0$

As duas variáveis x e y aumentam ou diminuem conjuntamente mantendo sempre a mesma proporção (se uma duplica, a outra duplica; se uma triplica, a outra triplica, etc.).

Exemplo: $y = 100x$

Tabela nº 1: Relação das grandezas em proporcionalidade directa

Número de passageiros num táxi (x)	1	2	3	...
Valor em kwanzas (y)	100	200	300	...

Fonte: (André & Nascimento, 2014).

1.3.2.1.7 – Proporcionalidade inversa

Se o produto de duas variáveis é uma constante não nula, as duas variáveis são inversamente proporcionais.

Se duas variáveis estiverem relacionadas por uma proporcionalidade inversa teremos: $x \times y = k \rightarrow y = \frac{k}{x}$; k é a constante de proporcionalidade e $x \neq 0$

Enquanto uma variável aumenta, a outra diminui na mesma proporção (se uma duplica, a outra passa a metade; se uma triplica, a outra passa a um terço, etc.).

Exemplo: $y = \frac{6}{x}$

Tabela nº 2: Relação das grandezas em proporcionalidade inversa

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

Fonte: (André & Nascimento, 2014).

1.3.2.1.8 – A regra de três simples

De acordo Pinheiro (2012), a regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvem quatro valores dos quais conhece-se três deles. Assim, deve-se determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Para mais detalhe, seguem os passos utilizados na regra de três simples:

1º Passo: Monta-se a tabela com as duas grandezas envolvidas no problema e seus respectivos valores;

2º Passo: Na coluna onde se encontra o valor a ser determinado (x), coloca-se uma seta apontando para a incógnita, ou seja, o valor desconhecido;

3º Passo: Para se colocar a seta na outra coluna, e tornando-se como referência a grandeza onde se encontra o valor (x), faz-se a seguinte pergunta:

se aumentar a grandeza ligada a x, a outra grandeza aumenta ou diminui?

se a resposta for aumenta, as grandezas são directamente proporcionais, caso contrário, elas são inversamente proporcionais.

Obtida as respostas, colocar-se-à a seta na outra coluna com o mesmo sentido da primeira seta, se as grandezas são directa e oposta, se são inversa.

4º Passo: Escreve-se a proporção, obedecendo a propriedade das proporções directa ou inversa;

5º Passo: Determina-se o valor do termo desconhecido (x), através da proporção contruída, conforme Fragoso citado por (Silva M. B., 2020).

Assim seguem dois exemplos cujo o texto relaciona duas grandezas directamente e inversamente proporcionais respectivamente:

Exemplo 1: Uma empresa de engenharia consegue asfaltar 60 km de estrada em 20 dias. Quantos dias seriam necessários para a mesma empresa asfaltar uma estrada de 84 km?

Resolução:

Inicialmente, deve-se identificar as grandezas do problema e apresentá-las na tabela com os seus respectivos valores, como recomenda o 1º passo.

1º Passo: Apresenta-se na tabela as grandezas e seus respectivos valores.


Tabela nº 3: Apresentação das grandezas e dos valores do exemplo 1

Quantidade de asfalto (em km)	Tempo (em dias)
60	20
84	X

2º Passo: Coloca-se a seta na coluna do termo desconhecido;

Tabela nº 4: Apresentação da seta referente ao exemplo 1

Quantidade de asfalto (em km)	Tempo (em dias)
60	20
84	X

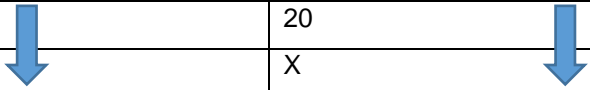


3º Passo: Faz-se a análise proporcional, isto é, pergunta-se: Ao aumentarmos o tempo, a quantidade de asfalto aumenta ou diminui na mesma quantidade?

Resposta: Aumenta. Portanto, as grandezas acima são classificadas como grandezas directamente proporcionais e, coloca-se uma seta na outra coluna de mesmo sentido da anterior.

Tabela nº 5: Apresentação final da análise proporcional do exemplo 1

Quantidade de asfalto (em km)	Tempo (em dias)
60	20
84	X



4º Passo: Apresenta-se a proporção.

$$\frac{60}{84} = \frac{20}{x}$$

5º Passo: Determina-se o valor de x por meio de uma equação do 1º grau.

$$\frac{60}{84} = \frac{20}{x} \rightarrow \frac{60 \div 12}{84 \div 12} = \frac{20}{x} \rightarrow \frac{5}{7} = \frac{20}{x} \rightarrow 5x = 7 \times 20 \rightarrow x = \frac{140}{5} \rightarrow x = 28$$

Resposta: Para a empresa asfaltar 84 km da estrada, são necessário 28 dias de trabalho.

Fonte: (Silva M. B., 2020).

Exemplo 2: Um mini-autocarro, deslocando-se a uma velocidade média de 130 km/h, faz um determinado percurso em 2 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso deslocando-se a uma velocidade média de 65 km/h?

Resolução:

1º Passo: Apresenta-se na tabela as grandezas e seus respectivos valores;


Tabela nº 6: Apresentação das grandezas e dos valores do exemplo 2

Velocidade (em km/h)	Tempo (em horas)
130	2
65	X

2º Passo: Coloca-se a seta na coluna do termo desconhecido.

Tabela nº 7: Apresentação da seta referente ao exemplo 2

Velocidade (em km/h)	Tempo (em horas)
130	2
65	X

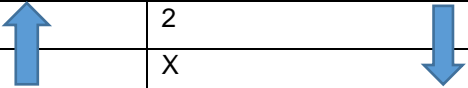


3º Passo: Faz-se a análise proporcional, isto é, pergunta-se: Ao aumentarmos a velocidade do mini-autocarro, o tempo de viagem aumenta ou diminui?

Resposta: Diminui. Portanto, as grandezas acima são classificadas como grandezas inversamente proporcionais e, coloca-se uma seta na outra coluna de sentido contrário ao da seta anterior.

Tabela nº 8: Apresentação final da análise proporcional do exemplo 2

Velocidade (em km/h)	Tempo (em horas)
130	2
65	X



4º Passo: Apresenta-se a proporção;

$$\frac{2}{x} = \frac{65}{130}$$

5º Passo: Determina-se o valor de x por meio de uma equação do 1º grau.

$$\frac{2}{x} = \frac{65 \div 65}{130 \div 65} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2 \times 2 \rightarrow x = 4$$

Resposta: Deslocando-se à uma velocidade média de 65 km/h, o tempo do percurso da viagem seria de 4 horas.

Fonte: Própria.

1.3.3 – Exploração do Processo de Ensino-Aprendizagem

O processo de ensino-aprendizagem é um processo pedagógico, contínuo e recíproco que leva um indivíduo a assimilar, entender e colocar em prática aquilo que lhe é ensinado, (Ribeiro, 2020).

Neste sentido, o professor deve organizar actividades que envolvam os alunos de forma activa, por um lado, para que haja troca de ideias ao longo do processo de ensino-aprendizagem e conseqüentemente, ocorra a aprendizagem significativa, e

por outro, para que o professor possa organizar essas actividades, é necessário outras fontes de consulta.

Certamente que as insuficiências mencionadas acima, na Exploração de Manuais, delimitam o tratamento de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas, já que os manuais utilizados nas nossas escolas mencionam problemas do género com apenas duas grandezas.

A forma como é obtida a solução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas não apresenta passos, o que leva os alunos a aprenderem de forma mecânica. Por exemplo, pode-se constatar no trabalho do autor (Dungula, 2017), o seguinte problema com três grandezas:

Numa empresa de fabrico de tecido, duas máquinas produzem 60 metros de tecidos em 3 horas. Quantos metros de tecidos produzirão 4 máquinas em 9 horas?

Resolução:

Observe que, aumentando-se as máquinas aumenta os metros de tecido e aumentando-se as horas aumentam os metros de tecido.

Máquinas	horas	metros de tecido
----------	-------	------------------

2	3	60
---	---	----

4	9	x
---	---	---

2×3 -----60

4×9-----x

$$\frac{6}{36} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{36 \times 60}{6} = 360$$

Resposta: Assim, 4 máquinas produziram 360 metros de tecido.

Conforme o autor acima resolve, limita a capacidade de entendimento, de raciocínio e da criatividade do aluno por não apresentar detalhadamente os passos de resolução. Em desvantagem desta via, propõem-se um procedimento diferente deste que é apresentado no II Capítulo com a intenção de perfazer e desenvolver o processo de ensino-aprendizagem do tratamento de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas, o mesmo apresenta todos os passos de resolução destes problemas afim, aclarando-os, e uma vez aprendido esse procedimento pelos alunos, leva sem sombra de dúvidas à uma aprendizagem significativa.

1.4 – Importância da resolução de problemas em Matemática

A resolução de problemas é uma estratégia metodológica que deve merecer a atenção de todos os docentes de Matemática.

Desde os tempos remotos e até actualmente em muitas escolas, problemas matemáticos foram (são) utilizados como uma forma de treinar o uso de algoritmos. Assim, a resolução de problemas quando incorporada à prática escolar, aparece como item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem por meio de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha, da técnica ou formas de resolução memorizadas pelos alunos.

A resolução de problemas deve desencadear a actividade matemática. Um problema não é um exercício ao qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. O problema coloca o aluno em uma situação de questionamento e o leva a pensar por si próprio. Diante desta linha de pensamento pode-se entender que: se o aluno não for levado a pensar matematicamente e desenvolver uma estratégia de resolução, isto é, não precise identificar o conceito ou conceitos matemáticos que o resolva, o suposto problema é na verdade um exercício, ou seja, fazer contas.

De entre os vários tipos de problemas pode-se destacar os problemas heurísticos os quais requerem a descoberta de informações desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e não podem ser resolvidos pela aplicação automática de uma fórmula. Para este tipo de problema é necessário a criação de um plano de uma estratégia de resolução. O essencial é que o resolvidor conheça o objectivo a chegar, mas só enfrentará um problema se ela ainda não tem os meios para atingir tal objectivo.

Portanto, se o aluno for instigado a interpretar a proposição do enunciado da questão, estruturar algumas ou todas as situações apresentadas, desenvolver estratégias de resolução incluindo a verificação das mesmas e do resultado terá certamente em mãos um problema matemático. Em quanto que um exercício matemático se resume em uma actividade de treinamento no uso de algum conhecimento matemático já conhecido pelo resolvidor, como aplicação de um algoritmo conhecido, de uma fórmula conhecida. Um exercício exige apenas a aplicação de um procedimento sem a necessidade de criar estratégias para resolvê-lo.

Deve-se destacar que a proposição de problemas deve estar vinculada aos objectivos didácticos, à realidade escolar e à extra-escolar do aluno. Trata-se, no entanto, de trabalhá-los em sala de aula através do desejo dos alunos de resolvê-los. Para que esse desejo ocorra, o problema evidentemente precisa ser interessante e que após ser resolvido possa também ser explorado. Deste modo, professores e alunos desenvolvem o gosto pela matemática se os problemas desafiam a curiosidade, estimularem a pesquisa e motivarem a busca por novas estratégias, como consequência isso permitirá o desenvolvimento de capacidades, tais como o pensar, raciocinar, questionar, criar estratégias, e compartilhar ideias para encontrar uma solução ao problema, (Sousa H. M., 2015).

A resolução de problemas está no facto de possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance dentro e fora da sala de aula. De acordo Dante citado por Sousa (2015), é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar o raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem no seu dia a dia, na escola ou fora dela.

Sabe-se que o trabalho com a resolução de problemas sempre envolvem aspectos mais amplos da construção dos conhecimentos escolares, a começar pelo facto destes conhecimentos estarem inseridos em contextos. A seleção que o professor fizer sobre os contextos, a delimitação das aproximações que eles terão com o universo de experiências vividas pelos alunos, será essencial para determinar o grau de envolvimento destes com as questões que lhes forem propostas, (Sousa H. M., 2015).

1.4.1 – O contexto proporcionalidade

De acordo com o exposto logo a cima e a necessidade da escolha de um conteúdo para se trabalhar acha-se que o contexto proporcionalidade tem uma boa aproximação com o universo de experiências vividas pelos alunos. Pois é um assunto básico, a maior parte das situações-problemas do dia a dia são as que envolve as quatro operações fundamentais e proporcionalidade, e ao mesmo tempo abrangente porque tem aplicações em muitas áreas do conhecimento onde pode-

se mencionar entre outras na Química, Geografia, Física e Engenharia civil. Para se ter uma ideia da importância da proporcionalidade na vida escolar do aluno, praticamente todo o conteúdo de Física do ensino médio é regido por relações de proporcionalidade. Profissionais dos mais variados ramos da sociedade beneficiam-se desse conceito, alguns sem o conhecimento formal no caso de um simples pedreiro na elaboração do orçamento de uma construção outros com bastante conhecimento teórico no caso do engenheiro ou até mesmo o médico na administração de um remédio. Por esses e outros motivos se considera que é importante ensiná-lo demonstrando que é um conhecimento útil e funcional, e esse é um ponto importante pois muitos alunos vêm a matemática divorciada da vida prática e até mesmo do mundo real. No entanto é um recurso utilizado durante toda nossa vida e em todas as profissões, (Sousa H. M., 2015).

1.4.2 – A heurística de resolução de problemas

A heurística é a arte do pensamento criador. Vários pesquisadores estudaram ou têm estudado e pesquisado a respeito da actividade de resolução de problema, dentre os quais, destaca-se apenas o enfoque de Polya, (Afonso, 2017).

Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar ou tocar piano; pode-se aprender por meio de imitação e prática. [...] para aprender a nadar é preciso ir à água e para se tornar um bom “resolvedor de problemas” tem que resolver problemas, Polya citado por (Gazzoni & Ost, 2009).

1.4.2.1 – Etapas de resolução de problema de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas

As etapas propostas, apoiam-se nas de Polya citado por Afonso (2017): compreensão do problema; elaboração de um plano de resolução; execução do plano e revisão da solução.

1ª Etapa: Compreensão do Problema – O primeiro passo é entender o problema, para tal, começa-se numa leitura cuidadosa do texto. Pois, a leitura é essencial para a compreensão de problema de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas. Pode-se perceber que, nesse passo, o autor se preocupava com uma aprendizagem que pudesse vir a ser significativa.

É necessário que se identifique a incógnita, que se seleccionem os dados, que se distingui se é proporcionalidade directa ou inversa e se conheçam as condições dos problemas, para o efeito, é necessário ter em conta algumas perguntas como: Quê tipo de problema se trata? Quê tipo de proporcionalidade conduz o problema? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita?

2ª Etapa: Elaboração de um Plano de Resolução – Nesta etapa, determina-se a forma como vai se abordar o problema. Deve-se saber as operações que se necessita, os desenhos, os esquemas, as tabelas e as semelhanças com outros problemas já conhecidos. Dai, sugeresse algumas perguntas com o fim de facilitar a elaboração de uma estratégia de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas como: Quê expressão algébrica a usar? Pode-se usar alguns resultados e métodos? É necessário introduzir algum elemento auxiliar de modo a viabilizar estes objectivos? Caso não se consegue resolver o problema em questão, experimenta-se resolver um problema parecido.

3ª Etapa: Execução do plano – Aparenta ser a etapa mais fácil do processo de resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas, mas há riscos de não se cumprir o plano traçado. Portanto, ao longo da execução, deve-se analisar com paciência os passos efectuados, de modo a evitar erros.

4ª Etapa: Revisão da solução – Muitas das vezes, esta etapa não é completada durante a resolução de problemas, mas é uma das fases mais importante. Permite analisar se ouve erros durante a resolução, se a solução é ou não é correcta e se obedece as condicionantes. Portanto, permite desenvolver a capacidade de reconsiderar e de reexaminar o resultado final, permite verificar o caminho que se percorreu para atingir a solução, descobrir novos elementos e propor alternativas de resolução.

1.5 – Conclusões do capítulo

Neste capítulo, fundamentação teórica, buscou-se fazer uma abordagem sobre a regra de três (simples e compostas), onde fez-se menção dos seguintes pontos: Aspectos históricos da regra de três, fundamento epistemológico do processo de ensino-aprendizagem, situação actual do tratamento da proporcionalidade directa/inversa, importância da resolução de problemas em Matemática e termina-se com a conclusão do capítulo. Onde conclui-se o seguinte:

- 1 – A regra de três compostas é de provável origem indiana com os autores Brahmagupta, Bhâskara e outros matemáticos.
- 2 – Este trabalho baseia-se apenas em uma teoria, encaminhada para uma vertente cada vez mais prática de maneira que a sala de aula se torne num lugar favorável para ocorrer a aprendizagem significativa;
- 3 – Os fundamentos matemáticos confirmam os conhecimentos prévios necessários para a elaboração da proposta.
- 4 – As etapas propostas por Polya são essenciais para resolver problemas de proporcionalidade directa/inversa, que envolvem a regra de três compostas.

**CAPÍTULO II – ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS. PROPOSTA
METODOLÓGICA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE
PROPORCIONALIDADE DIRECTA/INVERSA QUE ENVOLVEM A REGRA DE
TRÊS COMPOSTAS NA 9ª CLASSE**

CAPÍTULO II – ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS. PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDADE DIRECTA/INVERSA QUE ENVOLVEM A REGRA DE TRÊS COMPOSTAS NA 9ª CLASSE

2.0 – Introdução

Neste capítulo aborda-se a análise e o tratamento de dados com o foco na descrição da população e da amostra em estudo. Por último, apresenta-se a proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas.

2.1 – Análise e tratamento de dados

Com a intenção de saber a opinião dos alunos e dos professores no que tange o tema em estudo, foram feitas algumas questões conforme em apêndices nº 1 e 2, cujos resultados se descrevem nos pontos a seguir e em tabelas para melhor compreensão e maior grau de clareza possível das informações colectadas.

2.1.1 – Caracterização do instrumento de colecta de dados

Na investigação em causa, usou-se o inquérito por questionário sendo um dos instrumentos de colecta de dados e o mesmo foi criado pelo Autor e validado pelo Tutor do presente trabalho, de acordo o objectivo proposto.

O questionário é uma técnica de investigação composta por um número grande ou pequeno de questões apresentadas por escrito que tem por objectivo favorecer determinado conhecimento ao pesquisador, (Questionário-wikipédia, a enciclopédia livre, 2019).

A distribuição do inquérito por questionário feita aos alunos tinha como objectivo, saber o grau de conhecimento que os alunos traziam no que diz respeito a Regra de Três Compostas, pois os conhecimentos prévios que os alunos traziam, servem de suporte para facilitar o tema: Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa que Envolvem a Regra de Três Compostas.

O inquérito por questionário distribuído aos alunos começa com o levantamento de dados pessoais (idade e género) e depois, contou com 4 perguntas (apêndice nº 1), sendo 3 fechadas e uma aberta com um problema em cada alínea; estas alíneas serviram como teste diagnóstico. Na primeira pergunta, dentro dela, contem duas

perguntas ao mesmo tempo e respectivamente na segunda pergunta. O inquérito por questionário distribuído aos professores, também começa com o levantamento de dados pessoais (género, grau académico, curso e o tempo em serviço) e sem delonga apresentam-se 5 perguntas (apêndice nº 2), onde 3 são fechadas, uma é aberta e a outra é semiaberta. Na primeira pergunta, dentro dela, contem duas perguntas ao mesmo tempo e respectivamente na segunda pergunta.

De acordo Alves (2019), as perguntas fechadas são aquelas respondidas com mais precisão e, normalmente, são ditas com poucas palavras. "Sim" e "Não" são alguns dos exemplos característicos.

As perguntas abertas são aquelas em que o inquirido responde de forma livre o inquérito, sem qualquer tipo de orientação.

As perguntas semiabertas é a junção das duas perguntas (aberta e fechada), na qual o inquirido responde inicialmente a uma das duas opções de alternativa e depois justifica a sua escolha, (Portal da Administração: Perguntas e Escalas, 2015).

2.1.2 – Caracterização dos alunos inquiridos

Inqueriu-se 80 alunos do Colégio afim.

Os alunos inquiridos apresentam as características segundo a tabela abaixo:

Tabela nº 9: Dados sobre os alunos inquiridos de acordo a idade e o género

Idade	Género					
	Masculino		Feminino		Total	
	Fi	%	Fi	%	Fi	%
[14; 17[19	23,75	13	16,25	32	40
[17; 20[17	21,25	22	27,5	39	48,75
[20; 22]	4	5	5	6,25	9	11,25
Total	40	50	40	50	80	100

Observa-se na tabela nº 9, informação que narra a participação dos alunos que constituem a amostra para o estudo. De acordo a idade, no intervalo [14; 17[Anos, encontram-se 32 alunos correspondentes a 40%, já no intervalo compreendido [17; 20[Anos encontram-se 39 alunos correspondentes a 48,75% e finalmente no intervalo compreendido [20; 22] Anos encontram-se 9 alunos correspondentes a

11,25%. Totalizando assim 80 alunos correspondentes a 100%. O género é também uma outra característica essencial que se pode observar na tabela nº 9, onde o masculino representa 50% e o feminino também representa 50%.

2.1.3 – Análise e descrição do inquérito distribuído aos Alunos

Para além da identificação feita acima, neste ponto apresentam-se outros resultados do inquérito distribuído aos alunos que constituem a amostra em estudo. Em relação à primeira pergunta, 80 alunos correspondentes a 100% responderam que sim, já ouviram falar da Proporcionalidade Directa e da Proporcionalidade Inversa.

Na segunda pergunta, pretendeu-se saber se durante a aula os alunos gostaram do conteúdo de Proporcionalidade Directa. Onde, 60 alunos correspondentes a 75% responderam que sim e 20 alunos correspondentes a 25% responderam que não. Ainda na mesma pergunta, pretendeu-se saber se gostaram do conteúdo de Proporcionalidade Inversa. Onde, 75 alunos correspondentes a 94% responderam que sim e 5 alunos correspondentes a 6% responderam que não.

Quanto a terceira pergunta, desejava-se saber por parte dos alunos se o (a) professor (a) tem-se baseado em situações do dia-a-dia para o tratamento de problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa com mais de duas grandezas. No entanto, dentre os 80 alunos, 15 alunos correspondentes a 19% responderam que sim, 63 alunos correspondentes a 79% responderam que não e 2 alunos correspondentes a 2% não deram nenhum parecer.

Relativamente à quarta e última pergunta, fez-se um teste diagnóstico pedindo que os alunos determinassem a solução dos problemas utilizando os conhecimentos adquiridos anteriormente, conforme a detalhar em apêndice nº 1.

Na primeira alínea, 4 alunos correspondentes a 5% acertaram, 9 alunos correspondentes a 11% acertaram parcialmente, 51 alunos correspondentes a 64% erraram e 16 alunos correspondentes a 20% deixaram em branco (sem opinião). Na segunda alínea, nenhum aluno correspondentes a 0% acertou, 3 alunos correspondentes a 4% acertaram parcialmente, 60 alunos correspondentes a 76% não acertaram e 17 alunos correspondentes a 20% deixaram em branco (sem

opinião). A finalidade do teste diagnóstico era de constatar quais seriam os procedimentos que os alunos utilizariam na resolução destes problemas.

Tabela nº 10: Dados obtidos através do inquérito distribuído aos alunos

Perguntas	Categorias de respostas								Total	
	P.D.				P.I.					
	Sim		Não		Sim		Não			
	Fi	%	Fi	%	Fi	%	Fi	%	Fi	%
1ª	80	100	0	0	80	100	0	0	80	100
2ª	60	75	20	25	75	94	5	6	80	100
	Categorias de respostas									
	Sim		Não		Nenhum parecer					
	Fi	%	Fi	%	Fi	%	Fi	%		
3ª	15	19	63	79	2		2		80	100

P.D. – Proporcionalidade Directa; P.I. – Proporcionalidade Inversa; Fi – Frequência absoluta; % – Percentagem.

Tabela nº 11: Dados da 4ª pergunta do inquérito distribuído aos alunos

Alíneas	Categorias de respostas	Número de alunos	
		Fi	%
a)	Certas	4	5
	Certas parcialmente	9	11
	Erradas	51	64
	Sem opinião	16	20
	Total	80	100
b)	Certas	0	0
	Certas parcialmente	3	4
	Erradas	60	76
	Sem opinião	17	20
	Total	80	100

2.1.4 – Caracterização dos professores inquiridos

Foram inquiridos 4 professores que leccionam a disciplina de Matemática na 9ª Classe. Assim segue a identificação que caracteriza os professores inquiridos:

Tabela nº 12: Dados sobre o grau acadêmico, curso (Especialidade) e o gênero dos professores inquiridos

Grau acadêmico	Curso	Gênero				Total	
		Masculino		Feminino			
		Fi	%	Fi	%	Fi	%
2º Ano	Ensino da Matemática	1	25	0	0	1	25
4º Ano	Geofísica	1	25	0	0	1	25
Bacharel	Ensino da Matemática	1	25	0	0	1	25
Licenciado	Engenharia de Informática	1	25	0	0	1	25
Total	4	4	100	0	0	4	100

Fi – Frequência absoluta; % – Percentagem.

A tabela nº 12 mostra que apenas 2 professores correspondentes a 50% têm formação específica de Ensino da Matemática onde o primeiro está a terminar a parte curricular e o segundo está a preparar o trabalho de fim de curso e, os outros 2 professores correspondentes a 50% são de formação não específica, isto é, o primeiro tem o 4º Ano em Geofísica e o segundo é licenciado em Engenharia de Informática. Este dado é essencial para aferir alguma qualidade de ensino. Os 4 professores correspondentes a 100% são do gênero masculino; nota-se ausência em termos de gênero feminino. O tempo de serviço é outra característica que se faz presente na tabela seguinte:

Tabela nº 13: Dados sobre o tempo em serviço dos professores inquiridos

Intervalos de tempo em serviço		Número de professores		Total	
		Fi	%	Fi	%
	[5; 15[2	50	2	50
	[16; 25[2	50	2	50
Total		4	100	4	100

A tabela nº 13 mostra que os professores inquiridos fazem parte do intervalo [5; 25[anos de serviço. No primeiro intervalo contém 2 professores, onde o primeiro tem 9 anos de serviço e o segundo tem 10 anos de serviço. No segundo intervalo também contém 2 professores com 16 anos de serviço em comum.

2.1.5 – Análise e descrição do inquérito distribuído aos professores

Para além da identificação feita acima, neste ponto apresentam-se outros resultados do inquérito distribuído aos professores que constituem a amostra em estudo.

No que toca à primeira pergunta, pretendia-se saber, por parte dos professores, se já leccionaram o conteúdo de proporcionalidade directa e inversa. Onde, os 4 professores correspondentes a 100% responderam que sim.

Quanto à segunda pergunta, 2 professores correspondentes a 50% responderam que sim, têm resolvido problemas com mais de duas grandezas recorrendo aos conhecimentos da proporcionalidade directa e inversa, 1 professor correspondente a 25% respondeu que sim mas recorrendo apenas aos conhecimentos de proporcionalidade inversa e 1 professor correspondente a 25% respondeu que sim mas recorrendo apenas aos conhecimentos de proporcionalidade directa.

Relativamente a terceira pergunta, pretendia-se saber por parte dos professores que regra utilizam na resolução de problemas de proporcionalidade. Onde, inicialmente as respostas dos 3 professores correspondentes a 75% tiveram um ponto em comum, ou seja, ambos afirmaram que é a regra de três simples e,

finalmente, 1 professor correspondente a 25% respondeu que é a regra de resolução de equações.

Na quarta pergunta, desejava-se saber aos professores se têm encontrado dificuldades em ministrar o conteúdo de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas. Os 4 professores correspondentes a 100% responderam que sim. Argumentando, o primeiro dizia que tem aplicado os conceitos básicos, o segundo afirma que é por causa das debilidades que muitos alunos carregam consigo das classes anteriores, o terceiro argumenta que os alunos apresentam dificuldades em perceber os problemas com duas grandezas e o quarto afirma que é por falta de conteúdos nos manuais escolares voltados ao assunto em causa.

Por último, na quinta pergunta, procurou-se saber por parte dos professores se acham necessária a elaboração de uma Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa com mais de duas grandezas. Onde os 4 professores correspondentes a 100% responderam que sim.

Tabela nº 14: Dados relativos ao inquérito distribuído aos professores

Perguntas	Categorias de respostas								Total	
	P.D.				P.I.					
	Sim		Não		Sim		Não		Fi	%
	Fi	%	Fi	%	Fi	%	Fi	%		
1ª	4	100	0	0	4	100	0	0	4	100
2ª	2	50	1	25	2	50	1	25	4	100
	Sim				Não				4	100
	Fi		%		Fi		%			
4ª	3		75		1		25		4	100
5ª	4		100		0		0		4	100

P.D. – Proporcionalidade Directa; P.I. – Proporcionalidade Inversa; Fi – Frequência absoluta; % – Percentagem.

A tabela nº 14 mostra apenas o resumo das perguntas fechadas e da semiaberta, que totalizam quatro, excepto a terceira visto que é aberta.

2.1.6 – Constatações dos inquéritos distribuídos aos Alunos e Professores

De acordo com as opiniões dos alunos e dos professores, colectados através do inquérito, seguem-se os pontos positivos e negativos:

2.1.6.1 – Pontos positivos

- Os alunos apresentaram o interesse ao tema em estudo, porque a maioria tinha a intenção de estar envolvido na busca de procedimentos e regra mais simples para a resolução de problemas de proporcionalidade directa e inversa com mais de duas grandezas.
- Os alunos mostraram interesse em conhecer os procedimentos para a resolução de problemas de proporcionalidade directa e inversa com mais de duas grandezas.
- Os professores acham que a proposta é bem-vinda e é essencial, pois argumentavam dizendo que é necessário alguma metodologia afim para minimizar as debilidades que os alunos trazem das classes anteriores e para o tratamento de conteúdos relacionados com a resolução de problemas de proporcionalidade directa e inversa com mais de duas grandezas, contribuindo assim positivamente, para o Processo de Ensino-Aprendizagem e conseqüentemente para que ocorra a aprendizagem significativa por parte dos alunos.
- As dificuldades observadas na resolução dos problemas do teste diagnóstico distribuído aos alunos evidenciaram a necessidade de uma proposta metodológica.

2.1.6.2 – Pontos negativos

- Os alunos apresentaram muitas dificuldades na resolução dos problemas do teste diagnóstico.
- Há insuficiência de conteúdos no manual do aluno, isto é, no manual dos autores André e Nascimento (2010), conteúdos que exigem a aplicação da regra de três compostas o que as vezes dificulta o trabalho docente e conseqüentemente, afecta negativamente o desempenho das aprendizagens dos alunos.

2.2.0 – Apresentação da proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas

Neste ponto, apresenta-se a proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas.

De acordo Oliveira (2022), a regra de três compostas é um método utilizado para resolver problemas que envolvem três ou mais grandezas directa ou inversamente proporcionais.

Por exemplo, na construção de uma casa, pode-se ter três grandezas relacionadas entre si, isto é, o número de operários trabalhando, as horas trabalhadas por dia por cada operário e a quantidade de dias trabalhados. Se aumentar-se ou diminuir-se cada uma dessas grandezas, o resultado final da obra será diferente.

2.2.1 – Objectivo da proposta metodológica

Resolver problemas com base na proporcionalidade directa e inversa enriquecendo o referido conteúdo usando diferentes procedimentos partindo daquilo que o aluno já sabe.

2.2.2 – Requisitos da proposta metodológica

Para que os alunos possam dar soluções aos problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas utilizando a regra de três compostas, deve-se ter em conta os seguintes requisitos:

- 1 – Saber ler e interpretar dados e, construir tabelas;
- 2 – Ter domínio das quatro operações fundamentais;
- 3 – Ser capaz de distinguir uma fracção de fracções equivalentes;
- 4 – Ter domínio de trabalho com variáveis;
- 5 – Explorar o conceito de razão;
- 6 – Ter domínio de proporção e da propriedade fundamental das proporções;
- 7 – Reconhecer situações de Proporcionalidade Directa e Inversa;
- 8 – Ter domínio da regra de três simples.

2.2.3 – Características da proposta metodológica

De acordo com o objectivo do trabalho em causa, a proposta metodológica é de carácter descritiva pois que apresenta:

- 1 – Os procedimentos de aquisição da solução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas;
- 2 – O asseguramento dos fundamentos teóricos adequados para o tratamento de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas;
- 3 – A garantia de formas de avaliação na aquisição da solução de problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas.

2.2.4 – Fases da proposta metodológica de resolução de problemas com proporcionalidade da regra de três compostas

Neste ponto, conforme Ulombe (2018), apresentam-se as seguintes fases da proposta metodológica em causa:

- 1 – Fase da introdução;
- 2 – Fase da execução;
- 3 – Fase da fixação e controlo.

2.2.4.1 – Fase da introdução

Nesta fase, a motivação acontece normalmente no início da aula e de acordo Tchivanja e Gouveia (2020), estende-se até ao final da aula pois, apesar de fazer parte do conjunto das fases didácticas, também é vista como um processo. A motivação desempenha um papel essencial e é indispensável para a conquista da aprendizagem por parte dos alunos. Tem como objectivo, preparar o aluno para o início da aula e de outras fases seguintes.

Nesta fase da introdução, o professor terá o dever de destacar, para o asseguramento do nível de partida, grandezas directamente proporcionais e inversamente proporcionais e, a resolução do próprio cálculo, isto é, aplicando os procedimentos da regra de três simples, visto que estabelecem a condição necessária e suficiente para a eficácia da proposta metodológica. Assim, o professor pode rever este conteúdo, perguntando como se relacionam as grandezas na proporcionalidade directa e inversa, e como via de solidificar e sustentar o sucesso do próximo conteúdo o professor pode apresentar alguns

problemas de proporcionalidade directa e inversa com apenas duas grandezas respectivamente, resolvendo-os com base na aplicação dos procedimentos da regra de três simples.

Para animar o aluno e causar uma contradição interna comparativa entre o conhecimento que já se tem e o novo, o professor pode solucionar cuidadosamente o seguinte problema:

Numa empresa de fabrico de tecido, duas máquinas produzem 60 metros de tecidos em 3 horas. Quantos metros de tecidos produzirão 4 máquinas em 9 horas? Visto que o aluno tem noção de problemas de proporcionalidade directa e inversa que envolvem duas grandezas e sua resolução pelo procedimento actual, então poderá resolver o problema pelo mesmo procedimento ou apresentará (em escrito ou de forma verbal) as vias a utilizar para resolver o mesmo. Então o professor fará outra questão, que pode ser da seguinte forma: Conheces outro procedimento para dar solução o mesmo problema?

Diante desta questão, o aluno estará curioso em saber o outro procedimento de resolução para dar solução ao problema de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas, visto que só aprendeu a resolver problemas que envolvem duas grandezas.

2.2.4.2 – Fase da execução

Nesta fase, faz-se o planeamento das actividades a serem efectuadas com vista a realização das actividades assim como a ordem da realização dos elementos da acção. É através dela que o aluno deve saber ou edificar junto com o professor, os conhecimentos necessários para que o trabalho se efectue, suas actividades, seus objectivos e seus limites. Nessa fase deve ser mostrado para o aluno os sentidos e significados do processo e a reflexão consciente acerca dele. É indispensável que os alunos compreendam os conceitos que devem assimilar e as actividades que devem efectuar com o objectivo de resolver os problemas, (Ulombe, 2018).

Assim, depois do professor orientar os elementos que constituem o asseguramento do nível de partida e motivados os alunos, ele orientará os mesmos até ao objectivo e seguirá para o tratamento da nova matéria. Para o tratamento da nova matéria, é fundamental que os alunos tenham conhecimentos novos que os facilitem a enriquecer as suas habilidades e capacidades. E assim, para a resolução de

problemas de proporcionalidade directa/inversa com mais de duas grandezas, sugere-se os passos seguintes:

- 1 – Monta-se a tabela com as respectivas grandezas e seus valores;
- 2 – Coloca-se a 1ª seta na coluna onde se encontra o valor a ser determinado (x);
- 3 – Uma a uma, compara-se as grandezas com a que corresponde à coluna da indeterminada, efetuando-se a mesma pergunta enunciada no procedimento para a regra de três simples, uma coluna a cada vez, colocando-se a respectiva seta.
- 4 – Escreve-se a proporção, obedecendo à propriedade das proporções compostas;
- 5 – Determina-se o valor do termo desconhecido, Frágoso citado por (Silva M. B., 2020).

A partir deste procedimento, o professor irá apresentar, paulatinamente, diferentes formas de exemplos para que os alunos possam ensaiar a resolução de problemas em causa.

2.2.4.2.1 – Exemplos de aplicação da proposta metodológica da resolução de problemas com proporcionalidade da regra de três compostas

Determine a solução dos seguintes problemas:

- 1 – Numa empresa de fabrico de tecido, duas máquinas produzem 60 metros de tecidos em 3 horas. Quantos metros de tecidos produzirão 4 máquinas em 9 horas?

Fonte: (Dungula, 2017).

Resolução:

O 1º passo recomenda a organização das grandezas do problema em uma tabela com os seus respectivos valores, conforme segue abaixo.

1º Passo: Apresenta-se a tabela das grandezas com os respectivos valores.

Tabela nº 15: Apresentação das grandezas e dos valores do 1º exemplo.

Máquinas	Horas	Metros de tecidos
2	3	60
4	9	X

Em seguida, no 2º passo, deve-se colocar uma seta na grandeza que contém o termo desconhecido, direccionada para a incógnita (x).

2º Passo: Coloca-se a seta na coluna do termo desconhecido.

Tabela nº 16: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 1º exemplo.

Máquinas	Horas	Metros de tecidos
2	3	60
4	9	X

Depois de colocar a seta, deve-se fazer a análise proporcional das outras grandezas com relação à grandeza que contém o termo desconhecido por meio de perguntas.

3º Passo: Pergunta-se em cada coluna:

a) Mantendo fixa a grandeza horas, se aumentarmos o número de máquinas, o número de metros de tecidos aumenta ou diminui?

Resposta: aumenta. Logo, as duas grandezas são directamente proporcionais.

b) Mantendo fixa a grandeza máquina, se aumentarmos o número de horas, o número de metros de tecidos aumenta ou diminui?

Resposta: aumenta. Logo, as duas grandezas são directamente proporcionais.

Feita a análise proporcional, coloca-se as demais setas nessas grandezas de acordo com o tipo de relação proporcional existente, isto é, se a grandeza for directamente proporcional a seta terá o mesmo sentido da 1ª seta, caso seja inversamente, a seta terá o sentido contrário à 1ª seta.

Tabela nº 17: Apresentação final da análise proporcional feita ao 1º exemplo.

Máquinas	Horas	Metros de tecidos
2	3	60
4	9	X

Os dois últimos passos tratam, consecutivamente, de apresentar a proporção e resolver por meio de uma equação do 1º grau com uma incógnita.

4º Passo: Escreve-se a proporção:

$$\frac{60}{x} = \frac{2}{4} \times \frac{3}{9}$$

5º Passo: Determina-se o valor de x, ou seja:

$$\frac{60}{x} = \frac{2}{4} \times \frac{3}{9} \rightarrow \frac{60}{x} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} \times \frac{3 \div 3}{9 \div 3} \rightarrow \frac{60}{x} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \rightarrow \frac{60}{x} = \frac{1}{6} \rightarrow x = 60 \times 6 \rightarrow x = 360$$

Resposta: Assim, produzirão 360 metros de tecidos.

2 – Uma obra foi realizada por 5 operários com uma carga horária de trabalho de 6 horas por dia, durante 12 dias. Imaginemos que essa obra fosse realizada por 9 operários com as mesmas capacidades de trabalho dos primeiros e nas mesmas condições, trabalhando 10 horas por dia, em quantos dias ela seria terminada?

Resolução:

1º Passo: Apresenta-se a tabela das grandezas com os respectivos valores.


Tabela nº 18: Apresentação das grandezas e dos valores do 2º exemplo.

Operários	Horas/dia	Dias
5	6	12
9	10	X

2º Passo: Coloca-se a seta na coluna do termo desconhecido.

Tabela nº 19: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 2º exemplo.

Operários	Horas por dia	Dias
5	6	12
9	10	X



3º Passo: Pergunta-se em cada coluna:

a) Mantendo fixa a grandeza horas/dia, se aumentarmos o número de operários, o número de dias aumenta ou diminui?

Resposta: Diminui. Logo, as duas grandezas são inversamente proporcionais.

b) Mantendo fixa a grandeza operários, se aumentarmos o número de horas/dia, o número de dias aumenta ou diminui?

Resposta: Diminui. Logo, as duas grandezas são inversamente proporcionais.

Feita a análise proporcional, coloca-se as demais setas nessas grandezas de acordo com o tipo de relação proporcional existente, isto é, se a grandeza for directamente proporcional a seta terá o mesmo sentido da 1ª seta, caso seja inversamente, a seta terá o sentido contrário à 1ª seta.

Tabela nº 20: Apresentação final da análise proporcional feita ao 2º exemplo.

Operários	Horas/dia	Dias
5	6	12
9	10	X



4º Passo: Escreve-se a proporção:

$$\frac{12}{x} = \frac{9}{5} \times \frac{10}{6}$$

5º Passo: Determina-se o valor de x, ou seja:

$$\frac{12}{x} = \frac{9}{5} \times \frac{10}{6} \rightarrow \frac{12}{x} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{2} \rightarrow \frac{12}{x} = \frac{6 \div 2}{2 \div 2} \rightarrow \frac{12}{x} = \frac{3}{1} \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$$

Resposta: Assim, essa obra seria terminada durante 4 dias nas condições apresentadas.

Fonte: (Silva M. B., 2020).

3 – A empresa da Omatapalo foi contratada para a reforma de todas as escolas do município de Caconda na província da Huíla. Sabendo que 4 pintores levariam 8 dias para pintar 6 escolas, quantos dias 8 pintores levariam para pintar 18 escolas?

Resolução:

1º Passo: Apresenta-se a tabela das grandezas com os respectivos valores.


Tabela nº 21: Apresentação das grandezas e dos valores do 3º exemplo.

Pintores	Dias	Escolas
4	8	6
8	X	18

2º Passo: Coloca-se a seta na coluna do termo desconhecido.

Tabela nº 22: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 3º exemplo.

Pintores	Dias	Escolas
4	8	6
8	x	18



3º Passo: Pergunta-se em cada coluna:

a) Mantendo fixa a grandeza escola, se aumentarmos o número de pintores, o número de dias aumenta ou diminui?

Resposta: Diminui. Logo, as duas grandezas são inversamente proporcionais.

b) Mantendo fixa a grandeza pintor, se aumentarmos o número de escolas, o número de dias aumenta ou diminui?

Resposta: Aumenta. Logo, as duas grandezas são directamente proporcionais.

Feita a análise proporcional, coloca-se as demais setas nessas grandezas de acordo com o tipo de relação proporcional existente, isto é, se a grandeza for

directamente proporcional, a seta terá o mesmo sentido da 1ª seta, caso seja inversamente, a seta terá o sentido contrário à 1ª seta.

Tabela nº 23: Apresentação final da análise proporcional feita ao 3º exemplo.

Pintores	Dias	Escolas
4	8	6
8	X	18

4º Passo: Escreve-se a proporção:

$$\frac{8}{x} = \frac{8}{4} \times \frac{6}{18}$$

5º Passo: Determina-se o valor de x, ou seja:

$$\frac{8}{x} = \frac{8}{4} \times \frac{6}{18} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{8 \div 4}{4 \div 4} \times \frac{6 \div 6}{18 \div 6} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{3} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow 2x = 8 \times 3 \rightarrow 2x = 24 \rightarrow x =$$

$$\frac{24}{2} \rightarrow x = 12$$

Resposta: Assim, será necessário 12 dias para se cumprir com a reforma das escolas.

Fonte: Própria.

4 – Em uma fábrica, 25 máquinas produzem 15000 peças de automóvel em 12 dias, trabalhando 10 horas por dia. Quantas horas por dia deverão trabalhar 30 máquinas, para produzirem 18000 peças em 15 dias?

Fonte: (Pinheiro, 2012).

Resolução:

1º Passo: Apresenta-se a tabela das grandezas com os respectivos valores.

Tabela nº 24: Apresentação das grandezas e dos valores do 4º exemplo.

Máquinas	Horas/dia	Dias	Número de peças
25	10	12	15000
30	X	15	18000

2º Passo: Coloca-se a seta na coluna do termo desconhecido.

Tabela nº 25: Apresentação da seta na coluna da incógnita do 4º exemplo.

Máquinas	Horas/dia	Dias	Número de peças
25	10	12	15000
30	x	15	18000

3º Passo: Pergunta-se em cada coluna:

a) Mantendo fixa as grandezas dias e nº de peças, se aumentarmos o número de máquinas, o número de horas/dia aumenta ou diminui?

Resposta: Diminui. Logo, as duas grandezas são inversamente proporcionais.

b) Mantendo fixa as grandezas máquinas e nº de peças, se aumentarmos o número de horas/dia, o número de dias aumenta ou diminui?

Resposta: Diminui. Logo, as duas grandezas são inversamente proporcionais.

c) Mantendo fixa as grandezas máquinas e dias, se aumentarmos o número de horas/dia, o número de peças aumenta ou diminui?

Resposta: Aumenta. Logo, as duas grandezas são directamente proporcionais.

Feita a análise proporcional, coloca-se as demais setas nessas grandezas de acordo com o tipo de relação proporcional existente, isto é, se a grandeza for directamente proporcional a seta terá o mesmo sentido da 1ª seta, caso seja inversamente, a seta terá o sentido contrário à 1ª seta.

Tabela nº 26: Apresentação final da análise proporcional feita ao 4º exemplo.

Máquinas	Horas/dia	Dias	Número de peças
25	10	12	15000
30	x	15	18000

4º Passo: Escreve-se a proporção:

$$\frac{10}{x} = \frac{30}{25} \times \frac{15}{12} \times \frac{15000}{18000}$$

5º Passo: Determina-se o valor de x, ou seja:

$$\frac{10}{x} = \frac{30}{25} \times \frac{15}{12} \times \frac{15000}{18000} \rightarrow \frac{10}{x} = \frac{30 \div 5}{25 \div 5} \times \frac{15 \div 3}{12 \div 3} \times \frac{15000 \div 3000}{18000 \div 3000} \rightarrow \frac{10}{x} = \frac{6}{5} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{6} \rightarrow \frac{10}{x} = \frac{6}{4} \times \frac{5}{6} \rightarrow$$

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{4} \rightarrow 5x = 10 \times 4 \rightarrow 5x = 40 \rightarrow x = \frac{40}{5} \rightarrow x = 8$$

Resposta: Será necessário 8 horas por dia de trabalho.

2.2.4.3 – Fase da fixação e controlo

Esta fase representa o momento onde o aluno deve mostrar de que fixou os conhecimentos e desenvolveu as habilidades e capacidades. Este momento é essencialmente dedicado ao aluno com o acompanhamento do professor.

Assim, o professor irá apresentar um conjunto de problemas variados que os alunos irão resolver sob seu controle e orientação.

De acordo essa linha de pensamento propõe-se o seguinte:

1 – Determine a solução dos seguintes problemas de proporcionalidade:

a) Em uma casa com três moradores, o consumo de energia com o chuveiro atinge 67,5 Quilowatt-hora (kwh) em 30 dias. Qual será o consumo energético da casa em uma semana na qual a casa recebeu dois parentes? Suponha que os visitantes tomem banho com duração equivalente à média da família.

Resposta: O consumo energético da casa na qual recebeu dois parentes é de 26,25 Quilowatt-hora.

Fonte: (Equações e inequações - Moodle UFPA, s.d.).

b) No ano passado, um conjunto de 16 professores de Matemática corrigiu 48.000 provas do exame de acesso de uma determinada universidade. Nesse ano, é necessário corrigir 50.000 provas, mas o conjunto só terá 8 dias para efectuar o trabalho. Quantos professores devem ser contratados para essa tarefa?

Resposta: Será preciso 19 professores.

Fonte: (Equações e inequações - Moodle UFPA, s.d.).

c) Usando 6 caminhões de marca Sinotrack em 8 horas por dia durante 31 dias, uma empresa transportou 4650 toneladas de terra para a construção de uma enorme barragem. Como a empreiteira que administra a obra está interessada em acelerar o trabalho, a empresa terá que passar a transportar 2800 toneladas durante duas semanas. Por outro lado, em virtude de um acordo com o sindicato dos motoristas, a empresa não poderá operar os caminhões por mais que 6 horas diárias. Quantos caminhões devem ser usados para transportar terra à barragem?

Resposta: Será necessário 11 caminhões nas condições apresentadas.

d) A empresa Alfa Tecidos dispõe de 5 teares (máquinas para tecer) que funcionam 6 horas por dia, simultaneamente. Essa empresa fabrica 1800 metros de tecido, com 1,20 metros de largura em 4 dias. Considerando que um dos teares parou de funcionar, em quantos dias, aproximadamente, a tecelagem fabricará 2000 metros do mesmo tecido, com largura de 0,80 metros, e com cada uma de suas máquinas funcionando 8 horas por dia?

Resposta: O tempo gasto pela tecelagem para produzir 2000 metros do mesmo tecido será de aproximadamente 3 dias.

Fonte: (Questão: EFOMM - Matemática - Geral, 2016)

2.3 – Conclusões do Capítulo

Neste capítulo tratou-se da análise e tratamento de dados obtidos através do inquérito distribuído aos alunos e aos professores e, elaborou-se uma Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa que Envolvem a Regra de Três Compostas onde, de forma resumida, tem-se as seguintes conclusões:

- 1 – Os alunos mostraram-se interessados em aprender outros procedimentos de resolução para além do procedimento que eles já sabem.
- 2 – Os resultados do inquérito e do teste diagnóstico mostram que há necessidade de se elaborar uma proposta metodológica, com a intenção de minimizar as debilidades que os alunos apresentam na resolução de problemas em estudo.
- 3 – Os professores responderam que uma nova proposta metodológica é bem-vinda, pois contribuirá positivamente ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática.
- 4 – A aplicação da proposta metodológica pode facilitar na compreensão e assimilação por parte dos alunos na resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem mais de duas grandezas.

CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES

Conclusões gerais

De acordo o que se tratou nos capítulos anteriores conclui-se o seguinte:

- 1 – No ensino da regra de três compostas deve-se apresentar aos alunos vários procedimentos práticos de resolução, mostrando-lhes que não existe um único procedimento. Cabe ao aluno a escolha do procedimento que melhor aprendeu;
- 2 – A teoria de Ausubel e as etapas propostas por Polya servem como instrumento de orientação para o tratamento do tema em causa;
- 3 – Os dados manifestaram um défice no tratamento de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas na 9ª Classe;
- 4 – De acordo a análise e tratamento de dados, verifica-se à necessidade de se aplicar outros procedimentos práticos que contribuem para minimizar as dificuldades que os alunos apresentam na resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas;
- 5 – O procedimento prático sugerido garante o tratamento metodológico de problemas de proporcionalidade directa/inversa, que contêm mais de duas grandezas.

Sugestões

Com a intenção de melhorar o processo de ensino-aprendizagem do tratamento de problemas de proporcionalidade directa/inversa que envolvem a regra de três compostas, tem-se as seguintes sugestões:

1 – Que a direcção pedagógica tenha em atenção a proposta em questão, pois que a sua possível aplicação pode melhorar o processo de ensino-aprendizagem do tema em causa;

2 – Que este trabalho seja um material de consulta para os investigadores, professores e outras pessoas interessadas pela temática. Portanto, a continuidade da sua investigação é bem-vinda.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Referências bibliográficas

1. Afonso, E. N. (2017). *Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas que Conduzam às Progressões Aritméticas e Geométricas na 11ª Classe*. ISCED - HUILA.
2. Almeida, R., & Simões, R. (2014). *Primitivas*. Lisboa: Escolar Editora.
3. Alves, R. A. (2019). www.google.com/search?client. Obtido de <https://iev.com.br/conteudo/vendas/perguntas-abertas-fechadas/>.
4. André, D. J., & Nascimento, I. (2014). *Manual do Aluno - Matemática 9ª Classe*. Angola: Editora das Letras, S.A.
5. Asth, R. (2011). *Grandezas proporcionais - Matemática - Toda Matéria*. Obtido de <https://www.todamateria.com.br/grandezas-proporcionais-grandezas-directamente-inversamente-proporcionais>.
6. Ausubel, D. (2000). *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*. Lisboa : Paralelo Editora, LDA.
7. Bosquilha, A., & Amaral, J. T. (2003). *Minimanual Compacto de Matemática Ensino Fundamental Teoria e Prática*. Brasil: Editora Rideel.
8. Culandisa, A. J., & Dungula, G. N. (2020). *Causas do Insucesso no exame especial na disciplina de Matemática no Liceu nº 1068 no Município da Matala*. ISCED - Lubango.
9. *Dicionário Escolar*. (2011). Portugal: Escolar Editoras.
10. Dungula, H. C. (2017). *Proposta Metodológica para o Tratamento do Tema B - Proporcionalidade Directa e Inversa na 9ª Classe na Escola nº 414 do I Ciclo do Ensino Secundário de Quipungo*. ISCED- Lubango.
11. *Equações e inequações - Moodle UFPA*. (s.d.). Obtido de www.google.com: <https://www.aedmoodle.ufpa.br/resource/view>
12. Gazzoni, A., & Ost, A. (2009). *A resolução de um problema: soluções alternativas e variações na formulação*. Brasil.
13. Ivo, S. P. (2019). *Proposta Metodológica de Resolução de Problemas de Mínimos e Máximos de uma Função de Variável Real na 12ª Classe do Liceu nº 792 - Lubango*. ISCED - Huila.

14. Kanhime, M. (2016). *Prática Pedagógica - Educação Pré-Escolar e Ensino Primário. Ferramenta do Professor*. Benguela: Imprensa Nacional - E.P.
15. Luiz, R. (30 de Maio de 2022). *www.Google.com*. Obtido de Equação do primeiro grau com uma incógnita-Brasil Escola: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/equacao-1-o-grau-com-uma-incognita.htm>
16. Marconi, M. d., & Lakatos, E. M. (2003). *Fundamentos de Metodologia Científica*. São Paulo: Editores Atlas S.P.
17. Medeiros, N. M. (2016). *Estratégia Metodológica para o Tratamento de Problemas que Envolvem Proporcionalidade Inversa/Directa na 9ª Classe da Escola do Ensino Secundário 27 de Março do Lubango*. ISCED - Lubango.
18. Mónica, E. (2012). *Números e Medições*. Talatona-Luanda: Texto Editores, Lda. - Angola.
19. Moreira, M. (2012). *O que é afinal aprendizagem significativa?* Espanha.
20. Neves, M. A. (2016). *Matemática 11ª Classe*. Luanda: Porto Editora.
21. Nolasco, B. B. (17 de Abril de 2022). *www.facebook.com*.
22. Oliveira, R. R. (02 de Junho de 2022). *WWW.google.com*. Obtido de Regra de três compostas - Brasil Escola.: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/regra-tres-compostas.htm>.
23. Pelizzari, A., Kriegl, M., Baron, M., Finck, N., & Dorocinski, S. (2002). *Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel*. Curitiba.
24. Pinheiro, R. (2012). *Curso de Matemática Básica*. Brasil.
25. *Portal da Administração: Perguntas e Escalas*. (Sábado 5 de Setembro de 2015). Obtido de <https://www.portal+da+administra%C3%A7%C3%A3o%3A+perguntas+e+escalas&aqs>.
26. *Questão: EFOMM - Matemática - Geral*. (18 de Fevereiro de 2016). Obtido de www.vestiprovas.com.br/questao.php?id.
27. *Questionário-wikipédia, a enciclopédia livre*. (1 de Outubro de 2019). Obtido de <http://pt.m.wikipedia.org/wiki/Questionário>.
28. Raposo, H. M., & Ribeiro, O. A. (2002). *Proporcionalidade Directa e Inversa Ensino da Matemática I Mestrado no Ensino da Matemática do 3º Ciclo do*

- Ensino Básico e do Secundário Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Portugal.*
29. Ribeiro, D. (Abril de 2020). *www.google.com*. Obtido de Ensino-aprendizagem - Dicionário Online de Português: <https://www.dicio.com.br/ensino-aprendizagem/>
30. Ricardo, A. P. (2017). *Apontamentos de Metodologia de Investigação Científica*. ISCED - Lubango.
31. Silva, C. A. (2020). *Dificuldades encontradas por alunos do sétimo ano do ensino fundamental na resolução de situações - problemas envolvendo regra de três composta*. Brasil: João Pessoa.
32. Silva, M. B. (2020). *Uma Sequência Didáctica para o Ensino de Regras de Três*. Brasil: Belém-PA.
33. Sousa, C., Silvano, A., & Lima, I. (2018). *Teoria da aprendizagem significativa na prática docente*.
34. Sousa, H. M. (2015). *A resolução de problemas como estratégia didáctica para o ensino da Matemática*. Brasil: Santarém.
35. Tchivanja, B. M., & Gouveia, D. C. (2020). *A Motivação para o Estudo da Física, Fundamentos Teóricos e Metodológicos para a sua Avaliação no processo de Ensino - Aprendizagem na 9ª Classe no Colégio nº 1149 "22 de Novembro" em Caconda*. ISCED - Lubango.
36. Traquino, J. (2018). *Apontamentos de Didáctica da Matemática - 2º Ano*. ISCED - Huila.
37. Ulombe, J. H. (2018). *Proposta do Procedimento para Obtenção da Solução Geral das Equações Trigonométricas do Tipo $\sin x = a$ e $\cos x = a$. No Liceu nº 792 - Lubango*. Lubango.
38. Vicente, M. F. (2019). *Proposta do Tratamento da Proporcionalidade Inversa na 9ª Classe da Escola do Ensino Secundário do I Ciclo IECA/Emaús - Lubango*. ISCED - Lubango.

APÊNDICES

Apêndice nº 1

MINISTÉRIO DO ENSINO SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
ISCED-HUILA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXACTAS
SECÇÃO DE MATEMÁTICA
Inquérito dirigido aos alunos

Caro aluno (a), o presente inquérito é um instrumento de recolha de dados que se integra num trabalho de fim de curso a ser realizado no Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla, cujo tema é Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa que Envolvem a Regra de Três Compostas na 9ª Classe no Colégio nº 1149 “ 22 de Novembro “ em Caconda. A sua contribuição é de extrema importância para o sucesso do nosso trabalho e do Ensino, o inquiridor apresenta desde já os seus agradecimentos.

Identificação

Classe _____ Sexo _____ Idade _____

Perguntas

1. Já ouviste a falar da Proporcionalidade Directa? E da Proporcionalidade Inversa?

Sim _____ Não _____ Sim _____ Não _____

2. Gostou do conteúdo de proporcionalidade Directa? E de proporcionalidade Inversa?

Sim _____ Não _____ Sim _____ Não _____

3. O (A) professor (a) tem baseado – se em situações do dia – a – dia para o tratamento de problemas de proporcionalidade Directa/Inversa com mais de duas grandezas? Sim _____ Não _____

4. Resolve os seguintes problemas, recorrendo aos conhecimentos de proporcionalidade Directa/Inversa:

Apêndice nº 2

MINISTÉRIO DO ENSINO SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
ISCED-HUILA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXACTAS
SECÇÃO DE MATEMÁTICA

Inquérito dirigido aos professores

Caríssimo (a) professor (a), o presente inquérito é um instrumento de recolha de dados que se integra num trabalho de fim de curso a ser realizado no Instituto Superior de Ciências de Educação da Huíla, cujo tema é Proposta Metodológica para a Resolução de Problemas de Proporcionalidade Directa/Inversa que Envolvem a Regra de Três Compostas na 9ª Classe no Colégio nº 1149 “ 22 de Novembro “ em Caconda. A sua contribuição é de extrema importância para o sucesso do nosso trabalho e do Ensino em geral, o inquiridor apresenta desde já os seus agradecimentos.

Identificação

Grau académico _____ Curso (Especialidade) _____

Tempo em serviço _____ Género _____

Perguntas

1. Já leccionou o conteúdo de Proporcionalidade Directa? E de Proporcionalidade Inversa?

Sim_____ Não_____ Sim_____ Não_____

2. Ao longo das aulas, têm resolvido problemas com mais de duas grandezas apoiando – se aos conhecimentos de proporcionalidade Directa? E de proporcionalidade Inversa?

Sim_____ Não_____ Sim_____ Não_____

3. Que regra utiliza na resolução de problemas de proporcionalidade directa/inversa que contém mais de duas grandezas? R:_____

4. Tem encontrado dificuldades em ministrar o conteúdo de proporcionalidade Directa/Inversa com mais de duas grandezas?

Sim___ Não___ Justifique:_____

5. Achas necessário que se elabore uma proposta metodológica para a resolução de problemas de proporcionalidade Directa/Inversa com mais de duas grandezas?

Sim_____

Não_____

O Autor: Adelino Tchimbungo Tchivanja